LỜI NÓI ĐẦU

Nhu cầu của con người về việc giải quyết các vấn đề thực tế dựa trên nhiều mô hình ngày càng phức tạp đã gia tăng dẫn đến sự cần thiết phải thu thập các dữ liệu phức tạp. Phân tích kỹ lưỡng quá trình thực tế thu thập thông tin, chúng ta nhận thấy rằng rất nhiều thông tin được thu thập không phải là những số liệu chính xác và rõ ràng. Tính không chính xác và chưa rõ ràng trong quá trình thu thập thông tin xuất phát từ nhiều nguyên nhân khác nhau: dụng cụ đo không hoàn hảo, hoặc thông thường hơn là nguồn dữ liệu thông tin được thu thập từ một hoặc một vài cá nhân mà do đó thông tin là không chính xác, không mạch lạc và chưa đầy đủ. Đối với những trường hợp như thế, phương pháp xử lý hoàn toàn tượng trưng sẽ không đáp ứng đầy đủ yêu cầu của việc xử lý thông tin. Bắt đầu từ những năm 1960 đã hình thành và phát triển các khía cạnh lý thuyết và kỹ thuật liên quan đến vấn đề biểu diễn tính không chính xác và không chắc chắn. Hiện nay, các phương pháp nghiên cứu các nội dung trên đây đã đóng góp những thành công quan trọng đối với sự phát triển của khoa học máy tính.

Không chỉ nảy sinh khó khăn khi mong muốn các phép đo được tiến hành một cách chính xác, mà thậm chí ngay cả trong những tình huống có thể tiến hành được phép đo thì kết quả thu được lại ít hữu ích: hoặc ý nghĩa sử dụng thấp hoặc lại rất khó khăn khi diễn giải hay làm sáng tỏ các thông tin thu thập được. Khó khăn tương tự cũng xảy ra khi tiến hành phân tích hoạt động của một hệ thống phức tạp hoặc hệ thống đa chiều (many-dimensional system). Trong nhiều tình huống như thế việc đưa ra một phương pháp chung để nhận được thông tin hữu ích một cách kịp thời trở nên có ý nghĩa hơn nhiều so với việc tìm kiếm một phương pháp quá chi tiết và chính xác. Khi độ phức tạp của hệ thống tăng lên, khả năng xây dựng những phát biểu chính xác và có ý nghĩa về hoạt động của hệ thống sẽ giảm bớt cho đến khi đạt được một "ngưỡng" nào đó, mà trong ngưỡng đó, tính chính xác và tính có ý nghĩa trở nên thống nhất.

Nguyên lý cơ bản của sự không tương thích như đã trình bày trên đây phù hợp với cách con người lĩnh hội và suy luận: chúng ta chủ yếu sử dụng cách trình bày thực tế một cách giản lược, và vì vậy, việc trình bày như thế nhất định là không chính xác và chung chung theo suy nghĩ chủ quan của mỗi người.

Như vậy, một phương pháp t ốt cần phải đạt được một sự thoả hiệp, trong đó, tránh bất kỳ đòi hỏi sự chính xác quá mức cũng như lạm dụng sự tùy hứng (hay cũng vậy, tính không chắc chắn) một cách quá mức. Tính không chính xác thậm chí còn được nảy sinh do khả năng hiểu biết của cá nhân mỗi con người là bị giới hạn.

Giải tích khoảng và ***lý thuyết xác xuất*** là hai cách tiếp cận truyền thống để trình bầy thông tin không hoàn hảo tuy nhiên chúng lại không thích ứng để giải quyết những vấn đề mới được nảy sinh. Giải tích khoảng được áp dụng chỉ trong tình huống khi xử lý dữ liệu số không đúng. Đối với thông tin không hoàn hảo, lý thuyết xác suất được sử dụng với mục đích đưa ra một khung mang tính qui chuẩn và quan tâm đến sự phán quyết không chắc chắn.

Lý thuyết khả năng được xây dựng dựa trên khái niệm tập mờ, và được Zadeh khởi sinh từ những năm 1960. Khi áp dụng lý thuyết khả năng, một đối tượng có thể được tương ứng với một phạm trù chắc chắn mà đối tượng sẽ được đánh giá theo phạm trù đó. Khi mức độ khả năng nhận các giá trị hoặc 0 hoặc 1 thì sự tính toán chính xác trong lý thuyết khả năng trùng hợp với giải tích khoảng, trong đó thông tin không chính xác được trình bày dưới dạng tập các giá trị có thể (thay vì tập các giá trị chính xác). Khi nghiên cứu về lý thuyết khả năng, chúng ta quan tâm đến mối quan hệ kép: một mặt, quan hệ giữa lý thuyết khả năng và lý thuyết tập hợp, và mặt khác, quan hệ giữa lý thuyết khả năng và khái niệm độ đo. Trong các nghiên cứu lý thuyết khả năng, tính không chính xác được trình bày dưới dạng các tập mờ và việc xác định tính không chắc chắn được thông qua việc xác định cặp độ đo khả năng và độ đo cần thiết.

Việc nghiên cứu các độ đo trong các hệ thống không hoàn hảo được quan tâm ngay từ thời điểm khởi đầu của lĩnh vực nghiên cứu rộng lớn này của Tin học. Mỗi một mô hình mới về các hệ thống không hoàn hảo thường gắn với một lớp độ đo nào đó. Đã có rất nhiều công trình khoa học nghiên cứu về các độ đo trong các hệ thống không hoàn hảo được đưa ra. Hiện tại, vấn đề nghiên cứu về các độ đo vẫn mang tính thời sự, liên quan đến nhiều lĩnh vực khác nhau trong Tin học và đặc biệt, liên quan mật thiết đến lĩnh vực khai phá dữ liệu và tìm kiếm tri thức.

Luận văn "Hệ thống các độ đo gần đúng và lập luận xấp xỉ" định hướng tới các nội dung về độ đo trong hệ thống không hoàn hảo, trong lập luận gần đúng và tìm kiếm tri thức. Nội dung của bản luận văn được chia làm 4 chương:

- Chương 1 với tiêu đề "Tập mờ và các độ đo không chính xác" trình bầy các nội dung cơ bản về lý thuyết tập mờ, các phép toán cơ bản của tập mờ, các độ đo trong hệ thống không hoàn hảo. Các độ đo được trình bày trong chương này như: độ đo khả năng, độ đo cần thiết và các mối liên hệ giữa các độ đo, giữa tập mờ và độ đo khả năng cũng được xem xét. Luận văn cũng trình bày những nét khái quát về các phương pháp thực tế xây dựng hàm thành viên, xây dựng các tập mờ từ dữ liệu thống kê. Mối liên hệ giữa phân phối khả năng và xác suất... cũng được xem xét. Việc xây dựng hàm thành viên μ_G đo mức độ tương thích giữa giá trị đánh giá các đối tượng và ý muốn của người ra quyết định được bàn luận. Để đạt được mục tiêu chung cần kết hợp từ nhiều tiêu chuẩn khác nhau và dẫn đến việc cần xây dựng các hàm tổ hợp các tiêu chuẩn đó lại.

- Chương 2 có tiêu đề "Các phương pháp lập luận xấp xỉ trong các hệ chuyên gia" trình bày một số mô hình suy luận gần đúng trong các hệ chuyên gia. Dựa theo nền tảng lý thuyết cơ bản được giới thiệu trong chương 1, các độ đo tin cậy, độ đo hợp lý được trình bày. Khái niệm về mệnh đề không rõ ràng và cách ước lượng giá trị đúng đắn của một mệnh đề được xem xét tương đối kỹ lưỡng. Cách tiếp cận logic và tiếp cận hàm xây dựng các mô hình suy luận trong hệ chuyên gia từ các tiền đề không chắc chắn sử dụng các luật Modus ponens và Modus tollens đã được nghiên cứu khá cơ bản trong chương này.

- "Tìm kiếm tri thức và độ đo gần đúng" là tiêu đề của chương 3. Nội dung của chương nêu lên quan điểm các độ đo gần đúng cũng là kết quả của khai phá dữ liệu và tìm kiếm tri thức. Các nội dung cơ bản của tìm kiếm tri thức mà một trong những tri thức đó là các độ đo trong lĩnh vực lập luận gần đúng đã được trình bày. Một số độ đo liên quan đến lĩnh vực lập luận xấp xỉ, đặc biệt các độ đo liên quan đến khái niệm tập thô được hệ thống hóa. Giá trị tìm được từ các độ đo nói trên cho phép đưa ra một số đánh giá về độ tin cậy trong suy luận gần đúng.

- Chương 4 với tiêu đề "Đề xuất một độ đo gần đúng và áp dụng" là bước phát triển nội dung của chương 3. Độ đo được đề xuất tuy chưa được đánh giá so sánh với các độ đo ở chương 3 song độ đo đó vẫn có ý nghĩa trong một lớp mô hình không quá hạn hẹp.

Luận án này hoàn thành được trước hết là nhờ có sự giúp đỡ hướng dẫn khoa học tận tình của PTS. Hà Quang Thụy, PTS. Đỗ Văn Thành. Vì vậy, với tất cả tấm lòng của mình tôi xin bầy tỏ lòng biết ơn sâu sắc của mình tới hai người thầy đã trực tiếp giúp đỡ hướng dẫn tôi làm luận án. Và tôi cũng xin chân thành gửi lời cám ơn của mình tới các thầy cô giáo khoa Công nghệ thông tin, các thầy cô giáo thuộc Phòng Đào tạo sau đại học-trường Đại học Khoa học tự nhiên đã tạo mọi điều kiện giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học. Ngoài ra tôi cũng vô cùng cảm ơn mọi người trong gia đình và các bạn bè thân của tôi, đã cho tôi nhiều sự động viên khích lệ để tôi có thể hoàn thành luận án của mình.

Với tất cả mọi tập thể và cá nhân đã giúp đỡ tôi ở trên, tôi xin chân thành gửi cám ơn của mình tới tất cả mọi người.

Chương 1

TẬP MỜ VÀ CÁC ĐỘ ĐO KHÔNG CHÍNH XÁC

1. ĐỘ ĐO KHẢ NĂNG VÀ TẬP MỜ

Một trong những cách tiếp cận không truyền thống đối với tính không chính xác và tính không chắc chắn là cách tiếp cận tới ***phép đo khả năng***. Trước hết, chúng ta xem xét các khái niệm tính không chính xác và tính không chắc chắn.

1.1. KHÁI NIỆM VỀ TÍNH KHÔNG CHÍNH XÁC VÀ TÍNH KHÔNG CHẮC CHẮN

Tính không chính xác và tính không chắc chắn có thể được coi là hai khía cạnh cơ bản của tính chất xác thực liên quan đến thông tin không hoàn hảo. Một mục (gói) thông tin có thể là được trình bầy như là một mệnh đề logic và một kho tri thức được thu gom từ các mục thông tin từ các cá nhân (hoặc một hệ thống máy tính, hoặc một nhóm cá nhân) và liên quan đến ít nhất một vấn đề.

Những khẳng định xuất hiện trong quá trình biểu diễn thông tin có thể được giải thích như là những tập con của một miền tham khảo. Một mệnh đề cũng có thể được coi là một xác nhận liên quan tới sự xuất hiện của một sự kiện. Những sự kiện như vậy có thể tự được trình bầy như là những tập con của miền tham khảo, vì vậy được gọi là sự kiện chắc chắn. Chúng ta có ba cách tương đương để thu thập các mục thông tin: hoặc dựa theo cấu trúc (khía cạnh logic), hoặc dựa theo nội dung mục thông tin (khía cạnh lý thuyết tập), hoặc dựa theo mối liên hệ của các mục thông tin với các sự kiện thực (khía cạnh thực tế).

Theo quan điểm thực tế, một mục thông tin được định nghĩa là một bộ-bốn (thuộc tính, đối tượng, giá trị, độ tin cậy).

Đối tượng (object) chỉ ra được phần tử trong một tập tổng thể các đối tượng đang được chúng ta quan tâm, nghiên cứu. Trong mục thông tin, thành phần đối tượng được trình bày là tên đối tượng cụ thể liên quan đến mục thông tin đã cho.

Thuộc tính (attribute) được đề cập như một hàm gán một giá trị (hoặc một tập giá trị) với đối tượng (object). Thuộc tính thường liên quan đến một "tính chất" nào đó của các đối tượng đang được xem xét.

Giá trị (value) thuộc về một tập con của vùng tham khảo liên quan với thuộc tính. Trong mục thông tin, thành phần giá trị là một phần tử (hoặc một tập con các phần tử) liên quan đến đối tượng cụ thể trong mục thông tin.

Độ tin cậy (confident) xác định độ xác thực của mục thông tin.

Mục thông tin có thể được mở rộng theo hướng mỗi một thành phần trong đó có thể là tổ hợp (một vài đối tượng, một vài thuộc tính, mảng n-tính chất, các mức độ tin cậy khác nhau).

Trong ngữ cảnh này, chúng ta có thể nhận thấy sự phân biệt rõ ràng ***khái niệm không chính xác*** (imprecision) với ***khái niệm không chắc chắn*** (uncertainty): tính không chính xác liên quan tới nội dung một mục thông tin (thành phần giá trị), còn trong khi đó, tính không chắc chắn liên quan tới tính đúng đắn của mục thông tin, được hiểu như là tính xác thực (thành phần tin cậy).

* Tính không chắc chắn

Tính không chắc chắn của một mục thông tin có thể được đánh giá thông qua những từ như: “có thể” (probable), “khả năng”, “cần thiết”, “hợp lý” hoặc “đáng tin” mà chúng ta mong muốn cố gắng gán cho chúng một ý nghĩa chính xác nào đó. Mô hình “có thể” đã từng được nghiên cứu rộng rãi và nó liên quan tới hai ý nghĩa khác nhau. Ý nghĩa đầu tiên là ý nghĩa vật lý, ràng buộc tới các thí nghiệm thống kê, và liên quan tới tần số xuất hiện của một sự kiện. Ý nghĩa thứ 2 (epistemic) là: ở đây "có thể" nói đến một cách đánh giá chủ quan nào đó.

Đối với những mô hình "khả năng" và "cần thiết", ta nhấn mạnh tính đối ngẫu của chúng, nếu một sự kiện là cần thiết, thì sự kiện đối ngẫu là không có khả năng. Trái ngược với khái niệm "có thể" và "khả năng", khái niệm "cần thiết" thường xuyên được coi như là phạm trù "tất cả hoặc không có gì". Nhưng, cũng giống như "có thể", "khả năng" có hai cách giải thích: vật lý, và "epistemic". Mặt khác "cần thiết" là một khái niệm mạnh hơn nhiều, trong mỗi ý nghĩa vật lý hoặc "epistemic" . Những khái niệm "hợp lý" và "đáng tin" là đặc biệt "epistemic" và liên quan lần lượt đến các khái niệm "khả năng" và "cần thiết". Từng khái niệm tương ứng tới một cách thức suy luận dựa trên một kho tri thức được đưa ra: bất cứ điều gì mà có thể suy luận từ kho tri thức là "đáng tin"; bất cứ điều gì mà không mâu thuẫn với kho tri thức là "hợp lý" (khía cạnh qui nạp).

Dưới đây là một vài ví dụ về những mệnh đề không chắc chắn:

- Có thể Nam cao ít nhất 1.70 m.

(độ cao, Nam, ≥1.7 m, có thể)

-Xác suất lượng mưa ngày mai đạt10 mm là 0.5

(lượng, mưa ngày mai, 10 mm, xác suất = 0.5)

* Tính không chính xác

Một mục của thông tin sẽ được gọi là chính xác khi tập con tương ứng với thành phần "giá trị" không thể chia nhỏ thêm. Dựa trên khía cạnh của thông tin đang được nhấn mạnh, chúng ta có thể phát biểu một mệnh đề sơ cấp, của một "singleton" (khía cạnh lý thuyết tập), hoặc là một sự kiện cơ bản. Tính chính xác dựa trên cách xác định miền tham khảo. Trong một số trường hợp, chúng ta có thể phát biểu thông tin không chính xác (imprecise).

Trong ngôn ngữ tự nhiên có những từ liên quan tới tính không chính xác, ví dụ như "không rõ ràng", "mờ", "tổng quát". "Tổng quát" cũng là một dạng không chính xác giống với quá trình trừu tượng hoá. Một mục thông tin được gọi là tổng quát nếu nó chỉ dẫn một lớp đối tượng mà các đối tượng đó cùng biểu diễn một tính chất chung. Nhưng giữa tính không rõ ràng và tính mờ trong một mục thông tin là không có một ngăn cách rõ ràng khi xem xét tập giá trị được gắn tới các đối tượng liên quan.

1.2 ĐỘ ĐO TIN TƯỞNG (CONFIDENCE)

Trong việc nghiên cứu kho tri thức không chính xác và không chắc chắn, sự kiện là tập con của một tập tham khảo Ω cho trước.

Tập rỗng được đồng nhất với sự kiện không có khả năng.

Giả sử rằng với một sự kiện $A \subseteq \Omega$ cho tương ứng với một số thực g(A) được gọi là độ tin tưởng về khả năng xuất hiện sự kiện A (qui ước, g(A) tăng cùng với sự tăng độ tin cậy). Thực tế g(A) được cung cấp từ người sở hữu kho tri thức (hoặc từ một thủ tục xử lý dữ liệu được áp dụng đối với thông tin được lưu giữ trong bộ nhớ của một hệ thống máy tính).

Hơn nữa, nếu A là một sự kiện chắc chắn thì g(A)=1, và nếu A là một sự kiện không có khả năng, thì g(A)=0, đặc biệt

$$g(\emptyset)=0 \text{ và } g(\Omega)=1 \tag{1.1}$$

Tuy nhiên, g(A)=1 (hoặc 0) không nhất thiết có nghĩa là A là chắc chắn (hoặc không có khả năng).

Tiên đề 1.1 (Tiên đề đơn điệu yếu):

Giả sử Ω là tập tham khảo, với mọi sự kiện $A \subseteq \Omega$ thì g(A) đo độ tin tưởng khả năng xuất hiện sự kiện A. Khi đó:

$$\forall A \subseteq B \qquad g(A) \leq g(B) \tag{1.2}$$

Định nghĩa 1.1 (độ đo confident):

Giả sử Ω là tập tham khảo, với mọi sự kiện $A \subseteq \Omega$ thì g(A) đo độ tin tưởng khả năng xuất hiện sự kiện A. Khi đó nếu g thoả mãn tiên đề đơn điệu yếu (tiên đề 1.1) thì g được gọi là độ đo confident.

Tiên đề 1.2 (Tiên đề liên tục):

Khi Ω là một tập tham khảo vô hạn, khi đó với mọi dãy lồng nhau $(A_n)_n$ các tập, giả sử:

$$A_0 \subseteq A_1 \subseteq \ldots \subseteq A_n \subseteq \ldots, \text{ hoặc } A_0 \supseteq A_1 \supseteq \ldots A_n \supseteq \ldots$$

thì

$$\lim_{n \to \infty} g(A_n) = g\left(\lim_{n \to \infty}(A_n)\right) \tag{1.3}$$

Một độ đo confidence được coi là thoả mãn tiên đề liên tục nếu nó thỏa mãn ít nhất một hoặc hai kiểu dãy tăng hoặc giảm.

1.2.1. ĐỘ ĐO KHẢ NĂNG VÀ ĐỘ ĐO CẦN THIẾT

Những bất đẳng thức dưới đây là hệ quả trực tiếp của tiên đề đơn điệu (1.2), và liên quan tới các phép hợp $(A \cup B)$ và giao $(A \cap B)$ của các sự kiện:

$$\forall A,B \subseteq \Omega, \quad g(A \cup B) \geq \max(g(A), g(B))$$

$$g(A \cap B) \leq \min(g(A), g(B))$$

Một trong những bài toán đặt ra là tìm kiếm một cách tự nhiên, những trường hợp hạn chế các phép đo confidence. Sau đây ta sẽ giới thiệu hai độ đo khả năng và độ đo cần thiết.

*Độ đo khả năng:

Định nghĩa 1.2:

Ký hiệu Π là một độ đo confident thoả mãn:

$$\forall A,B, \qquad \Pi(A \cup B) = \max(\Pi(A), \Pi(B)) \tag{1.4}$$

Khi đó Π được gọi là độ đo khả năng, trong đó A, B không nhất thiết phải là các tập rời nhau.

Dễ dàng kiểm tra nhận thấy rằng nếu (1.4) là đúng đối với mọi cặp A, B rời nhau ($A \cap B = \emptyset$) thì nó đúng cho mọi cặp các sự kiện. Từ nhận định này, việc kiểm tra một độ đo có là độ đo khả năng hay không chỉ hạn chế trên các cặp tập rời nhau.

Sự tồn tại độ đo khả năng có thể được khẳng định từ cách xây dựng một độ đo khả năng như sau:

- Giả sử rằng $E \subseteq \Omega$ là một sự kiện được coi là chắc chắn. Một hàm Π lấy giá trị trong $\{0, 1\}$ và thoả mãn (1.4), là dễ dàng được định nghĩa như sau:

$$\Pi(A) = 1 \quad \text{nếu } A \cap E \neq \emptyset$$

$$= 0 \quad \text{nếu } A \cap E = \emptyset$$

Hiển nhiên Π được xây dựng như vậy là một độ đo khả năng

Tính chất 1.1:

Nếu A và $\overline{A}$ là hai sự kiện trái ngược ($\overline{A}$ là phần bù của A trong Ω), khi đó ta có:

$$\max(\Pi(A), \Pi(\overline{A})) = 1$$

Tính chất trên có thể được chứng minh dễ dàng như sau:

$$\max(\Pi(A), \Pi(\overline{A})) = \Pi(A \cup \overline{A}) = \Pi(\Omega) = 1$$

Định nghĩa 1.3:

Giả sử Ω là hữu hạn, khi đó mọi độ đo khả năng Π có thể được định nghĩa dưới dạng theo giá trị của nó trên các phần tử của Ω như sau:

$$\forall A \qquad \Pi(A) = \sup\{\pi(\omega) | \omega \in A\} \qquad (1.5)$$

trong đó $\pi(\omega) = \Pi(\{\omega\})$; π là một ánh xạ từ Ω vào [0, 1] được gọi là phân phối khả năng.

Định nghĩa 1.4:

π là một phân phối khả năng. Khi đó π được gọi là chuẩn hoá nếu

$$\exists \omega, \qquad \pi(\omega) = 1 \qquad (1.6)$$

vì $\Pi(\Omega) = 1$.

Trên thực tế, chúng ta luôn luôn bắt đầu với một phân phối khả năng và xây dựng Π nhờ (1.5).

Nói chung, độ đo khả năng không thoả mãn tiên đề liên tục (1.3) đối với dãy các tập lồng nhau giảm dần.

Tính chất 1.2:

Nếu Π là độ đo khả năng thì Π thoả mãn tính chất sau:

$$\Pi(A) + \Pi(\overline{A}) \geq 1$$

*Độ đo cần thiết:

Tương tự, ta định nghĩa độ đo cần thiết (dưới đây được ký hiệu bởi N) dựa theo quan hệ sau:

Định nghĩa 1.5:

Giả sử N là một độ đo confident thoả mãn:

$$\forall A,B, \qquad N(A \cap B) = \min (N(A), N(B)) \qquad (1.7)$$

Khi đó N được gọi là độ đo khả năng

Một hàm N với những giá trị trong {0, 1} có thể dễ dàng được xây dựng nhờ một sự kiện chắc chắn E như sau:

$$N(A) \begin{array}{ll} = 1 & \text{nếu } E \subseteq A \\ = 0 & \text{nếu } E \not\subset A \end{array}$$

Rõ ràng là hàm N được xây dựng như vậy là một độ đo cần thiết.

N(A) = 1 mang ý nghĩa A là chắc chắn.

Mệnh đề 1.1:

Một hàm tập N thoả mãn (1.7) nếu và chỉ nếu hàm Π được định nghĩa bởi

$$\forall A, \qquad \Pi(A) = 1 - N(\overline{A}) \qquad (1.8)$$

là một phép đo khả năng.

Phương trình (1.8) trình bày sự biểu diễn số mối quan hệ đối ngẫu giữa các mô hình khả năng và mô hình cần thiết. Quan hệ đối ngẫu cho phép chúng ta luôn xây dựng được một hàm cần thiết từ một phân phối khả năng thông qua biểu thức:

$$N(A) = \inf\{1 - \pi(\omega) | \omega \notin A\} \qquad (1.9)$$

Ta có một số tính chất sau:

Tính chất 1.3: $\min(N(A), N(\overline{A})) = N(A \cap (\overline{A})) = N(\emptyset) = 0$

Tính chất 1.4: $\forall A \subseteq \Omega, \quad \Pi(A) \geq N(A)$

Chứng minh:

$$\forall A \subseteq \Omega, \quad \Pi(A) = 1 - N(\overline{A}) - N(A) + N(A)$$
$$= (1 - (N(\overline{A}) + N(A))) + N(A) \geq N(A)$$

Tính chất 1.3 cho một nhận xét trực giác rằng một sự kiện là có khả năng trước khi là cần thiết. Ngoài ra ta còn có các quan hệ sau:

Tính chất 1.5: $N(A) > 0 \Rightarrow \Pi(A) = 1$

Chứng minh:

$$N(A) > 0 \Rightarrow N(\overline{A}) = 0 \qquad \text{(do } \min(N(A), N(\overline{A})) = 0\text{)}$$
$$\Rightarrow \Pi(A) = 1 - N(\overline{A}) = 1$$

Tương tự ta có:

Tính chất 1.6: $\Pi(A) < 1 \Rightarrow N(A) = 0$

Tính chất 1.7: $N(A) + N(\overline{A}) \leq 1$

1.2.2. KHẢ NĂNG VÀ XÁC SUẤT

Định nghĩa 1.6:

Sự kiện xuất hiện thông qua việc quan sát thường xuyên các sự kiện cơ bản nhận được một độ đo confidence P thoả mãn tiên đề cộng một cách tự nhiên:

$$\forall A, \forall B, \text{ và } A \cap B = \emptyset, \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) \qquad (1.10)$$

Thì độ đo P được gọi là độ đo xác suất.

Mệnh đề 1.2:

Giả sử Ω hữu hạn ta có

$$P(A) = \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) \tag{1.11}$$

trong đó $p(\omega) = P(\{\omega\})$.

Định nghĩa 1.7:

Giả sử P là độ đo xác suất. Khi đó nếu p thoả mãn $p(\omega) = P(\{\omega\})$ thì p được gọi là chuẩn hoá nếu thoả mãn:

$$\sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) = 1$$

Tính chất 1.8:

P là độ đo xác suất thì:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 \tag{1.12}$$

*Một số điểm khác nhau chính yếu giữa độ đo khả năng và độ đo xác suất:

-Xác suất của một sự kiện hoàn toàn xác định xác suất của sự kiện đối lập.

-Khả năng hoặc sự cần thiết của một sự kiện, và của sự kiện đối lập, là được liên kết yếu. Do đó để định rõ đặc điểm không chắc chắn của một sự kiện A chúng ta cần cả hai số Π(A) và N(A).

Trong mô hình phán quyết không chắc chắn, ta mong muốn không làm cứng nhắc mối quan hệ giữa những dấu hiệu chúng ta có của một sự kiện. Trong tình huống này khái niệm xác suất dường như là kém linh động hơn khái niệm khả năng.

*Phương pháp xây dựng hàm phân phối khả năng thông qua xác suất:

Giả sử tiên đề cộng là được thoả mãn, ta có thể xây dựng được những phép đo khả năng và cần thiết như sau:

Giả sử $E_1, E_2, \ldots, E_p$ là những tập con khác nhau từng đôi một (nhưng có thể giao nhau) của Ω (Ω là hữu hạn), lần lượt có các xác suất $m(E_1), m(E_2), \ldots, m(E_p)$ thoả mãn:

$$\sum_{i=1}^{p} m(E_i) = 1 \tag{1.13}$$

và

$$\forall i, \qquad m(E_i) > 0 \tag{1.14}$$

Các sự kiện E_i như trên được gọi là các phần tử trọng tâm (focal element), được sử dụng để xây dựng mô hình không chính xác.

Khi đó xác suất của một sự kiện A sẽ là không chính xác, và sẽ nằm trong một khoảng $[P_*(A), P^*(A)]$, được định nghĩa như sau:

$$P_*(A) = \sum_{E_i \subseteq A} m(E_i) \tag{1.15}$$

$$P^*(A) = \sum_{E_i \cap A \neq \varnothing} m(E_i) \tag{1.16}$$

Hiển nhiên:

$$\forall A, P^*(A) = 1 - P_*(\overline{A}) \tag{1.17}$$

Ta công nhận kết quả rằng các hàm P^* và P_* thoả mãn lần lượt các tiên đề (1.4) và (1.7), khi đó P^* là một độ đo khả năng (hoặc P_* là một độ đo cần thiết) nếu và chỉ nếu các E_i tạo thành một dãy các tập bao nhau (nhờ tiên đề yếu (1.2)).

Đặc biệt, nếu $E_1 \subset E_2, \ldots \subset E_p$, có thể định nghĩa một phân phối khả năng π như sau:

$$\forall \omega, \quad \pi(\omega) = P^*(\{\omega\}) = \sum_{j=i}^{p} m(E_i) \qquad \text{nếu } \omega \in E_i \quad \omega \notin E_{i-1}$$

$$= 0 \qquad \text{nếu } \omega \in \Omega - Ep \qquad (1.18)$$

Mặt khác, nếu những phần tử trọng tâm là cơ bản (vì thế không giao nhau), thì:

$$\forall A, \quad P_*(A) = P^*(A) = P(A)$$

khi đó P là một phép đo xác suất.

Từ các công thức (1.15) và (1.16) ta có một lớp các phép đo $\mathcal{P}$ thoả mãn:

$$\mathcal{P} = \{P |\ \forall A\ ,\ N(A) \le P(A) \le \Pi(A)\} \qquad (1.19)$$

1.3.TẬP MỜ

Khái niệm tập mờ có thể được định nghĩa theo cách không liên quan tới các độ đo không chắc chắn nhờ việc thay đổi xác định mức độ thành viên (hàm thành viên) thay cho định nghĩa hàm đặc trưng. Đây là một cách nhìn nhận logic. Tuy nhiên, với một biến x và một con tập A của miền tham khảo, tồn tại một độ không chắc chắn trong tri thức của cá nhân mỗi người về mối quan hệ $x \in A$.

* Tập mờ theo định nghĩa trực tiếp

Định nghĩa 1.7:

Một tập mờ F là tương đương với cặp (đưa ra một tập tham khảo Ω và một ánh xạ, μ_F từ Ω vào [0, 1]. $\mu_F(\omega)$, mà $\omega \in \Omega$, là được diễn giải như là mức thành viên của ω trong tập mờ F.

$\mu_F(\omega)$ biểu diễn mức tương thích của ω với tập mờ F . Nếu $\Omega = \mathbf{R}$ (số thực) thì F là một lượng mờ (fuzzy quantity).

Khi $\mu_F(\omega) \in \{0, 1\} \forall \omega$, F tương tự như một tập con bình thường của Ω. Trong trường hợp này F được gọi là một tập con crisp của Ω.

Trong trường hợp ngược lại, có thể chọn một ngưỡng $\alpha \in]0, 1]$ và định nghĩa tập:

$$F_\alpha = \{\omega \in \Omega |\ \mu_F(\omega) \geq \alpha\} \qquad (1.20)$$

Định nghĩa 1.8:

Một tập F_α được gọi là nhát cắt mức α ("α-level cut" hoặc "α-cut") Nếu F_α là tập được định nghĩa bởi công thức (1.20).

F_α bao gồm tất cả những phần tử của Ω mà tương thích với A tại mức ít nhất là α.

Mệnh đề 1.3:

Họ $C(F) = \{F_\alpha \mid \alpha \in]0, 1]\}$ là đơn điệu:

$$0 < \alpha \leq \beta \leq 1 \Rightarrow F_\alpha \supseteq F_\beta \qquad (1.21)$$

Tính đơn điệu cho phép trình bầy F theo cách thức vẫn áp dụng đối với tập truyền thống và ta có tính chất sau:

Tính chất 1.8:

$$\forall \omega, \qquad \mu_F(\omega) = \sup\{\alpha |\ \omega \in F_\alpha\} \qquad (1.22)$$

Ngược lại, ta có:

Mệnh đề 1.4:

Một họ đơn điệu hữu hạn những tập $\{F_{\alpha_1}, \ldots, F_{\alpha_m}\}$ được gán cho những trọng số α_i thoả mãn (1.21), tạo thành tập các nhát cắt α của một tập mờ được định bởi (1.22).

Định nghĩa 1.9:

Nhát cắt $F_{\overline{\alpha}}$ thoả mãn:

$$F_{\overline{\alpha}} = \{\omega \in \Omega |\ \mu_F(\omega) > \alpha\}, \qquad \alpha \in [0, 1[$$

khi đó $F_{\overline{\alpha}}$ được gọi là nhát cắt α mạnh.

Dưới đây ta định nghĩa hai dạng nhát cắt F_α dưới đây thường được sử dụng:

Định nghĩa 1.10:

Nhát cắt α mức 1 ký hiệu $\dot{F}$ thoả mãn:

$$\dot{F} = \{\omega \in \Omega |\ \mu_F(\omega) = 1\}$$

được gọi là một core hoặc peak.

Định nghĩa 1.11:

Nhát cắt α mạnh của F tại mức 0, được gọi là support, được ký hiệu:

$$S(F) = \{\omega \in \Omega |\ \mu_F(\omega) > 0\}$$

* Tập mờ theo cách tiếp cận độ đo khả năng

Cách nhìn thứ hai là coi tập mờ như là "vết " của một độ đo khả năng trên mỗi phần tử của Ω.

Một tập $E \subset \Omega$ cho tương ứng một độ đo khả năng, kí hiệu là Π_E. Trong đó $\Pi_E(A) = 1$ nếu và chỉ nếu $E \cap A \neq \varnothing$, và $\Pi_E = 0$ nếu ngược lại.

-Khi độ đo khả năng có giá trị trong khoảng đơn vị, có thể coi phân phối π của nó như là một hàm thành viên của một tập mờ F.

Ký hiệu $[0,1]^\Omega$ là tập tất cả các tập con mờ của Ω,

$$\forall \Pi,\ \exists F \in [0,1]^\Omega,\ \forall \omega \in \Omega,\ \mu_F(\omega) = \Pi(\{\omega\}) = \pi(\omega) \qquad (1.23)$$

- Ngược lại, từ một tập mờ được chuẩn hoá:

$$\exists \omega, \qquad \mu_F(\omega) = 1 \qquad (1.24)$$

có thể nhận được một hàm khả năng. Nếu không nhất thiết bắt buộc điều kiện Π(Ω)=1, thì từ (1.5) ta có:

$$\forall F \in [0,1]^\Omega,\ \exists \Pi,\ \forall \omega \in \Omega, \quad \Pi(\{\omega\}) = \pi(\omega) = \mu_F(\omega) \qquad (1.25)$$

Mệnh đề 1.5:

Nếu hàm khả năng được định nghĩa thông qua một trọng số xác suất m, thì những phần tử trọng tâm tạo thành họ các nhát cắt α của một tập mờ.

*Khi đó ta có thể biểu diễn một tập mờ thông qua xác suất như sau:

Giả sử rằng $\{A_1 \subseteq ..... \subseteq A_p\}$ là các phần tử trọng tâm, thì

$$A_i = F_{\alpha_i} \text{ hoặc } \alpha_i = \sum_{j=i}^{p} m(A_j)$$

Nói cách khác,

$$\forall \omega, \qquad \mu_F(\omega) = \sum_{\omega \in F_{\alpha_i}} m(F_{\alpha_i}) \tag{1.26}$$

1.4. NHỮNG PHÉP TOÁN CƠ BẢN CỦA TẬP MỜ

Phép toán chứa:

$$F \subseteq G \qquad \forall \omega, \ \mu_F(\omega) \leq \mu_G(\omega) \tag{1.27}$$

Phép toán cân bằng:

$$F = G \qquad \forall \omega, \ \mu_F(\omega) = \mu_G(\omega) \tag{1.28}$$

Phép bù: tập mờ $\overline{F}$, phần bù của F trong Ω, được định nghĩa bởi:

$$\forall \omega \qquad \mu_{\overline{F}}(\omega) = 1 - \mu_F(\omega) \tag{1.29}$$

Phép giao:

$$\forall \omega \qquad \mu_{F \cap G}(\omega) = \min(\mu_F(\omega), \mu_G(\omega)) \tag{1.30}$$

Phép hợp:

$$\forall \omega \qquad \mu_{F \cup G}(\omega) = \max(\mu_F(\omega), \mu_G(\omega)) \tag{1.31}$$

*Một số tính chất cơ bản của các phép toán tập mờ:

Tính chất 1.8:

Phép toán chứa được định nghĩa bởi (1.28) là phản xạ và bắc cầu.

Tính chất 1.9:

Phép toán bù (1.30) thoả mãn sự nâng lên luỹ thừa $\overline{\overline{F}} = F$

$$\forall(\omega_1, \omega_2), \quad \mu_F(\omega_1) - \mu_F(\omega_2) = \mu_{\overline{F}}(\omega_2) - \mu_{\overline{F}}(\omega_1)$$

-Ký hiệu $[0,1]^{\Omega}$ là tập tất cả các tập con mờ trên Ω và những phép toán được định nghĩa bởi (1.28 - 1.32), là một cấu trúc dàn vector. Khi đó, tất cả các tính chất truyền thống của các phép toán lý thuyết tập là được bảo đảm:

Tính chất 1.10:

$$\forall\omega, \quad \mu_{F\cap\overline{F}}(\omega) = \min(\mu_F(\omega), 1-\mu_F(\omega)) \le 0.5$$

$$\forall\omega, \quad \mu_{F\cup\overline{F}}(\omega) = \max(\mu_F(\omega), 1-\mu_F(\omega)) \ge 0.5$$

Tính chất 1.11:

Nhát cắt α phân phối đối với phép giao, hợp và bao hàm:

Chứng minh:

$$\forall\alpha\in[0,1], \quad (F\cap G)_\alpha = \{\alpha \mid \mu_{F\cap G}(\omega) \ge \alpha\} = \{\alpha \mid \min(\mu_F(\omega), \mu_G(\omega)) \ge \alpha\}$$

$$= \{\alpha \mid (\mu_F(\omega) \ge \alpha) \wedge (\mu_G(\omega) \ge \alpha)\}$$

$$= \{\alpha \mid \mu_F(\omega) \ge \alpha\} \cap \{\alpha \mid \mu_G(\omega) \ge \alpha\}$$

$$= F_\alpha \cap G_\alpha$$

$\Rightarrow \forall\alpha\in[0, 1], \qquad (F\cap G)_\alpha = F_\alpha \cap G_\alpha \qquad (1.32)$

Tương tự ta có: $\qquad (F\cup G)_\alpha = F_\alpha \cup G_\alpha \qquad (1.33)$

Và

$\forall\alpha\in[0, 1] \qquad F\subseteq G \quad \Leftrightarrow \quad F_\alpha \subseteq G_\alpha$,

(1. 32) và (1.33) cũng đúng cho các nhát cắt α mạnh.

Tính chất 1.12:

$$\overline{F}_\alpha = \overline{F}_{\overline{1-\alpha}}$$

Chứng minh:

$$\overline{F}_\alpha = \{\alpha \mid \mu_{\overline{F}}(\omega) \ge \alpha\} = \{\alpha \mid 1-\mu_F(\omega) \ge \alpha\} = \{\alpha \mid \mu_F(\omega) \le 1-\alpha\}$$

$$= \overline{\{\alpha \mid \mu_F(\omega) > 1-\alpha\}} = \overline{F}_{\overline{1-\alpha}}$$

$\Rightarrow \qquad \overline{F}_{\alpha} = \overline{F}_{\overline{1-\alpha}}$

1.5. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP THỰC TẾ XÁC ĐỊNH HÀM THÀNH VIÊN $\mu_F(\omega)$

1.5.1. PHẠM TRÙ MỜ THEO QUAN SÁT CÁ NHÂN

Trước hết ta phải phân biệt giữa những phạm trù đơn giản được xác định dựa trên một thang tham khảo tuyến tính (ví dụ, "chiều cao") với những phạm trù phức tạp dựa trên một vài thang tham khảo tuyến tính.

Đối với phạm trù đơn giản, việc ước lượng hàm thành viên là một vấn đề đo, và được tiến hành bởi các câu hỏi. Một hàm thành viên trên Ω xác định một thứ tự lớn hơn "≥" các phần tử của Ω: "$\omega_1 \geq \omega_2$" có nghĩa là "ω_1 là F nhiều hơn ω_2". Để có một kết quả chính xác hơn, cấu trúc trình tự lớn hơn được thiết lập: và trình tự này được mở rộng trên Ω^2. Ta có thể so sánh các cặp (ω_1, ω_2) và cặp (ω'_1, ω'_2) như sau: $(\omega_1, \omega_2) \geq (\omega'_1, \omega'_2)$ có nghĩa là độ F nhiều hơn của ω_1 so với ω'_1 là lớn hơn là độ F nhiều hơn của ω_2 so với ω'_2.

Trong thực tế chúng ta có thể nhận một xác lập thô về dạng của $\mu_F(\omega)$ để nó đáp ứng đòi hỏi của các ứng dụng. Nếu Ω là tập tham khảo, $\dot{F}$ bao gồm tất cả các nguyên mẫu của phạm trù mờ, trong khi S(F) nhận được bằng cách loại bỏ tất cả các đối tượng không thuộc vào tất cả phạm trù. Sự hữu dụng của đồ hoạ máy tính có thể thuận lợi cho phân định dạng μ_F trên (S(F) - $\dot{F}$), trong khi tránh bất kỳ dạng sử dụng hiển giá trị số đánh giá mức thành viên. Một khả năng khác là sử dụng các dạng tham số cho μ_F và thực hiện các câu hỏi được thiết kế để phân biệt các giá trị tham số. Hai cách tiếp cận này là đặc biệt thích hợp để xác định các lượng mờ.

Nhận xét rằng không nhất thiết lấy các giá trị của hàm thành viên một cách chính xác do việc xác định các biên hoặc mức độ của thành viên có thể không rõ ràng.

Trong trường hợp phức tạp hơn là tập tham khảo được định nghĩa như tích đề các của các thang tuyến tính, hàm thành viên có thể nhận được theo các tiến trình kết hợp. Trong trường hợp như vậy, các phạm trù có thể là được miêu tả ở dạng nhánh thông qua việc sử dụng các phạm trù cơ bản và liên kết bởi ngôn ngữ tự nhiên như "and", "or"... Vì vậy phải nhận dạng từng phạm trù đơn giản, và vấn đề xác định các phép toán tập mờ để trình bày các liên kết.

Cuối cùng, khi chúng ta phải làm việc với một phạm trù mà tập tham khảo trong phạm trù đó là rất khó xác định, chúng ta có thể chấp nhận thiết lập một số nhỏ các giá trị chuẩn hoặc các điều kiện, và với trình tự có thể để tạo một tập tham khảo đối với chúng.

1.5.2 TẬP MỜ ĐƯỢC XÂY DỰNG TỪ CÁC DỮ LIỆU THỐNG KÊ

1.5.2.1 THỐNG KÊ CÁC PHÉP THỬ KHÔNG CHÍNH XÁC

Ở đây đề xuất cách xây dựng một độ đo khả năng dựa theo thông tin thống kê không chính xác thay vì một độ đo xác suất.

Có thể giả sử rằng dữ liệu (không chính xác) được đưa ra dưới dạng những khoảng đóng giới hạn $\{I_k | k=1,...,q\}$.

Ký hiệu $$I = \bigcap_{k=1}^{q} I_k \neq \varnothing \qquad (1.35)$$

Lấy một tập các khoảng lồng nhau chuẩn E_i (i= 1,...,r), sao cho:

$$I \subseteq E_1 \subseteq E_2 \subseteq \ldots \subseteq E_r = \bigcup_{k=1}^{q} I_k$$

E_i có thể được coi như là các tập tham khảo để phân lớp dữ liệu. Từng kết quả I_k là được gán duy nhất cho tập tham khảo E_i nhỏ nhất có thể chứa nó.

$\forall i$, ký hiệu $m(E_i)$=[số các kết quả I_k được gán cho E_i]/q

Khi đó hàm m xác định trọng số xác suất trên những phần tử trọng tâm lồng nhau. Vì vậy ta có thể định nghĩa các độ đo khả năng và độ đo cần thiết từ theo các biểu diễn từ (1.15) và (1.16).

Một trong những cách xây dựng các E_i là coi các tập tham khảo E_i tương ứng là các tập nhát cắt α của tập mờ F_* và quá trình xây dựng đó như sau: Từ tập $\{I_k | k=1,... q\}$

$$\mu_{F_\bullet}(\omega) = [\text{số các } I_k \text{ chứa } \omega]/q$$

Bây giờ, với lựa chọn này của E_i, giả sử F^* là tập mờ mà hàm thành viên của nó là phân phối khả năng thông qua (1.18) với $\{m(E_i) | i=1,r\}$ như được định nghĩa ở phía trên. Vì vậy $F_* \subseteq F^*$, hơn nữa , nếu I_k là lồng nhau thì $F_* = F^*$ là tập mờ mà những nhát cắt α của chúng là I_k . F_* và F^* là xấp xỉ trên nhất và dưới nhất cho tập dữ liệu $\{I_k | k=1,q\}$. (Kết quả có trong (1.35) đảm bảo rằng tập mờ F_* là chuẩn hoá) .

1.5.2.2. QUAN HỆ XÁC SUẤT VÀ PHÂN PHỐI KHẢ NĂNG

Giả sử ta đưa ra một độ đo khả năng dưới dạng những phần tử trọng tâm lồng nhau với các trọng số xác suất, chúng ta có thể tìm kiếm một xấp xỉ với ý nghĩa của một độ đo xác suất, bằng cách hiểu từng phần tử trọng tâm E_i như là một xác suất điều kiện $P(. \mid E_i)$.

Với Ω hữu hạn thì:

$$\forall \omega \in \Omega \qquad p(\omega) = \sum_{i=1}^{r} P(\omega \mid E_i) m(E_i) = \sum_{\omega \in E_i} \frac{m(E_i)}{|E_i|}$$

Trong đó $|E_i|$ là số các phần tử trong E_i.

Mệnh đề 1.6:

Tồn tại một mối liên hệ 1- 1 giữa độ đo xác suất và độ đo khả năng.

Chứng minh: (việc chứng minh chi tiết sẽ dựa theo các kết quả được đưa ra dưới đây)

-Tập $\{p(\omega_i) \mid i=1,.....,n)\}$ có thể được tính trực tiếp từ phân phối khả năng $\{\pi(\omega_i) \mid i=1,...,n\}$:

$$p(\omega_i) = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{j}\left\{\pi(\omega_j) - \pi(\omega_{j+1})\right\}$$

trong đó $\pi(\omega_1) = 1 \geq \pi(\omega_2) \geq ..... \geq \pi(\omega_{n+1}) = 0$, và ω_{n+1} là một phần tử giả (Ω có n phần tử).

-Đảo lại ta có:

$$\pi(\omega_i) = \sum_{i=1}^{n} \min\left\{p(\omega_i) - p(\omega_j)\right\}$$

Kết quả cuối cùng này cho phép một tập mờ được định nghĩa dưới dạng một biểu đồ, trong khi thoả mãn điều kiện:

$$\forall A, \quad N(A) \leq P(A) \leq \Pi(A)$$

Khi đó nếu mô hình xác suất là khó khăn cho giải quyết một vấn đề nào đó, mà mô hình lý thuyết khả năng có thể giải quyết được thì ta thay thế sử dụng mô hình khả năng để giải quyết vấn đề đó.

1.6. ĐỘ ĐO CONFIDENCE CỦA MỘT SỰ KIỆN MỜ

Một sự kiện mờ (được định nghĩa yếu) có thể được miêu tả bởi một tập mờ. Ta vì vậy thử mở rộng các phép đo confidence được định nghĩa ở trên để ước lượng tri thức có ở trên sự xuất hiện của một sự kiện mờ.

Ký hiệu (Ω, $\mathcal{A}$, P) là một không gian xác xuất, khi $\mathcal{A}$ là một σ đại số trên Ω, P một độ đo xác suất, và μ_F là một hàm thành viên miêu tả một sự kiện mờ. Khi đó ta xây dựng được các độ đo khả năng, độ đo có thể, hàm thành viên như sau:

Định nghĩa 1.12:

(Ω, $\mathcal{A}$, P) là một không gian xác xuất, khi $\mathcal{A}$ là một σ đại số trên Ω, P một độ đo xác suất, và μ_F là một hàm thành viên miêu tả một sự kiện mờ. Khi đó ($\forall\alpha$, $F_\alpha \in \mathcal{A}$), thì xác xuất của của F được định nghĩa bởi:

$$P(F) = \int_\Omega \mu_F(x)dP(x)$$

Khi đó ta có một số tính chất sau:

Tính chất 1.12: $P(\bar{F}) = 1 - P(F)$

Tính chất 1.13: $P(F \cup G) + P(F \cap G) = P(F) + P(G)$

Định nghĩa 1.13:

(Ω, $\mathcal{A}$, P) là một không gian xác xuất, khi $\mathcal{A}$ là một σ đại số trên Ω, P một độ đo xác suất, và μ_F là một hàm thành viên miêu tả một sự kiện mờ. Giả sử F_π là tập mờ được định nghĩa bởi phân phối khả năng π, khi đó $\Pi(F)$ được định nghĩa như sau:

$$\Pi(F) = \sup_{\omega \in \Omega} \min(\mu_F(\omega), \pi(\omega)) \qquad (1.34)$$

Ta có một số tính chất sau đối với độ đo Π:

Tính chất 1.14: $\Pi(F) = 0 \Leftrightarrow S(F) \cap S(F_\pi) = \varnothing$

Tính chất 1.14: $\Pi(F) = 1 \Leftrightarrow \exists\ \omega = \dot{F} \cap \dot{F}_\pi$

Mệnh đề 1.6:

Định nghĩa (1.13) là tương đương với:

$$\Pi(F) = \sup\{\alpha \mid F_\alpha \cap (F_\pi)_\alpha \neq \varnothing\}$$

Chứng minh:

$$\sup_{\omega \in \Omega} \min(\mu_F(\omega), \pi(\omega)) = \sup_{\omega \in \Omega} \mu_{F \cap F_\pi}(\omega) = \sup_{\omega \in \Omega} \{\alpha \mid \omega \in (F \cap F_\pi)_\alpha\} =$$

$$\sup_{\omega \in \Omega} \left\{\alpha \mid \omega \in (F_\alpha \cap F_{\pi_\alpha})\right\} = \sup\left\{\alpha \mid \omega \in (F_\alpha \cap F_{\pi_\alpha}) \neq \varnothing\right\}$$

Mệnh đề 1.7:

Tiên đề (1.4) vẫn thoả mãn đối với các sự kiện mờ:

$$\Pi(F \cup G) = \max(\Pi(F), \Pi(G))$$

Một hệ quả ngay lập tức của tính chất trên là Π duy trì một phép đo confident trên các sự kiện mờ:

$$F \subseteq G \qquad \Rightarrow \Pi(F) \leq \Pi(G)$$

Định nghĩa 1.14:

(Ω, $\mathcal{A}$, P) là một không gian xác xuất, khi $\mathcal{A}$ là một σ đại số trên Ω, P một độ đo xác suất, và μ_F là một hàm thành viên miêu tả một sự kiện mờ. Khi đó độ đo khả năng của một sự kiện mờ F được định nghĩa như sau:

$$N(F)=1- \Pi(\bar{F})$$

hay:

$$N(F) = \inf_{\omega \in \Omega} \max(\mu_F(\omega), 1-\pi(\omega)) \qquad (1.35)$$

Ta có một số tính chất sau đối với phép toán N trên các tập mờ:

Tính chất 1.15: $N(F) = 0 \Leftrightarrow \exists \omega \in (\overline{S(F)} \cap \dot{F}_\pi)$

Tính chất 1.16: $N(F \cap G) = \min(N(F), N(G))$

Tính chất 1.17: Khi F_π là chuẩn hoá ta có

$$N(F) \leq \Pi(F)$$

1.7. QUAN HỆ MỜ VÀ TÍCH ĐỀ CÁC CỦA CÁC TẬP MỜ:

Định nghĩa 1.15:

Một quan hệ mờ là một tập mờ (hoặc một phân phối khả năng) trên một tích đề các của các tập tham khảo.

Giả sử Ω_1 và Ω_2 là hai tập tham khảo. Quan hệ mờ R có hàm thành viên $\mu_R=\pi$ có các tham số của nó là $\omega_1 \in \Omega_1$ và $\omega_2 \in \Omega_2$.

Định nghĩa 1.16:

Giả sử R là một quan hệ mờ trên tích đề các của các tập tham khảo Ω_1 và Ω_2. Khi đó hình chiếu của R trên Ω_1 là phân phối khả năng marginal π_1 định nghĩa như sau:

$$\pi_1(\omega_1)=\Pi(\{\omega_1\} \times \Omega_2)= \sup_{\omega_2} \pi(\omega_1, \omega_2)$$

Định nghĩa 1.16:

Nếu F_1 là một tập mờ trên Ω_1, thì một mở rộng của μ_{F_1} trên $(\Omega_1 \times \Omega_2)$ được định nghĩa thoả mãn công thức sau:

$$\forall \omega_1 \in \Omega_1 \text{ và } \omega_2 \in \Omega_2, \qquad \mu_{C_2(F_1)}(\omega_1, \omega_2) = \mu_{F_1}(\omega_1)$$

Khi đó ta gọi $C_2(F_1)$ là mở rộng hình trụ của F_1 vào Ω_2. Theo truyền thống ta có :

Tích đề các (Cartesian product)

$$A_1 \times A_2 = \{(\omega_1,\omega_2) | \ \omega_1 \in A_1, \ \omega_2 \in A_2 \}$$

Cartesian coproduct

$$A_1 + A_2 = \{(\omega_1,\omega_2) | \ \omega_1 \in A_1 \} \cup \{(\omega_1,\omega_2) | \omega_2 \in A_2 \}$$

Ta có thể mở rông các khái niệm tích đề các (product) và coproduct trên các tập mờ như sau:

Định nghĩa 1.17:

Giả sử F1và F2 là hai tập mờ tương ứng trên Ω_1, Ω_2. Khi đó tích đề các (product) trên F_1 và F_2 được định nghĩa như sau:

$$A_1 \times A_2 = C_2(A_1) \cap C_1(A_2)$$

Định nghĩa 1.18:

Giả sử F1và F2 là hai tập mờ tương ứng trên Ω_1, Ω_2. Khi đó tích đề các coproduct trên F_1 và F_2 được định nghĩa như sau:

$$A_1 + A_2 = C_2(A_1) \cap C_1(A_2) = \overline{\overline{F}_1 \times \overline{F}_2}$$

Đây là các dạng mở rộng hình trụ của tích đề các và coproduct.

Rõ ràng rằng tích đề các (hoặc coproduct) của các tập mờ có thể được định nghĩa theo cách khác như sau:

Mệnh đề 1.8:

$$\mu_{F_1 \times F_2}(\omega_1, \omega_2) = \min(\mu_{F_1}(\omega_1), \mu_{F_2}(\omega_2)) \qquad (1.36)$$

$$\mu_{F_1 + F_2}(\omega_1, \omega_2) = \max(\mu_{F_1}(\omega_1), \mu_{F_2}(\omega_2)) \qquad (1.37)$$

Mệnh đề 1.9:

Gọi $Proj_i(R)$ là hình chiếu của R vào Ω_i khi đó:

$$R \subseteq Proj_1(R) \times Proj_2(R)$$

trong đó phép toán × là phép toán min, và $\subseteq$ có ý nghĩa của (1.28):

Nếu phép toán "×" là phép toán min thì quan hệ mờ R là lớn nhất khi và chỉ khi bao hàm thức trên đạt dấu bằng. Khi đó quan hệ mờ R được gọi là separable.

$$R = Proj_1(R) \times Proj_2(R) \qquad (1.38)$$

Định nghĩa 1.19:

Các biến X_1 và X_2 mà phạm vi biến thiên của (X_1, X_2) bị hạn chế bởi R, là một quan hệ mờ thỏa mãn (1.38) trong đó "×" là phép toán min được gọi là không tương tác (noneinteractive).

Mệnh đề 1.10:

Nếu F_i là tập mờ của các giá trị có khả năng trong Ω_i của X_i, X_1 và X_2 là không tương tác, nếu phân phối khả năng hợp (joint posibility) của (X_1, X_2) là

$$\pi_{X_1, X_2} = \min(\mu_{F_1}, \mu_{F_2})$$

Khi đó F_1, F_2 được gọi là các tập mờ không tương tác.

Điều đó có nghĩa là phạm vi của biến X_1 là độc lập với các giá trị của X_2 và ngược lại. Phương trình trên là không được thoả mãn nếu tồn tại một liên kết giữa X_1 và X_2.

Mệnh đề 1.11:

Giả sử Π_{12} là một độ đo khả năng định nghĩa dưới dạng một phân phối π_{12} trên $\Omega_1 \times \Omega_2$. Nếu π_{12} là separable và chuẩn hoá, thì

$$\forall A_1 \times A_2 \subseteq \Omega_1 \times \Omega_2, \quad \Pi_{12}(A_1 \times A_2) = \min(\Pi_1(A_1), \Pi_2(A_2)) \qquad (1.39)$$

$$N_{12}(A_1 + A_2) = \max(N_1(A_1), N_2(A_2)) \qquad (1.40)$$

trong đó Π_i được định nghĩa từ hình chiếu của π_{12} trên Ω_i, và N_{12}, N_i tương ứng với Π_{12}, Π_i.

Mệnh đề 1.12:

Nếu π_{12} là separable và được chuẩn hoá (1.39) và (1.40) có thể được mở rộng cho các sự kiện mờ F_1, F_2 trong Ω_1 và Ω_2 như sau:

$$\forall (F_1, F_2) \in [0,1]^{\Omega} \times [0,1]^{\Omega} \qquad \Pi_{12}(F_1 \times F_2) = \min(\Pi_1(F_1), \Pi_2(F_2)) \qquad (1.41)$$

$$N_{12}(F_1 + F_2) = \max(\Pi_1(F_1), \Pi_2(F_2)) \qquad (1.42)$$

Mệnh đề 1.13:

Giả sử π_{12} là không separable , và F_1, F_2 là các tập mờ hoặc không, ta có:

$$\Pi_{12}(A_1 \times A_2) = \max(\Pi_1(A_1), \Pi_2(A_2))$$

$$N_{12}(A_1 \times A_2) = \min(N_1(A_1), N_2(A_2))$$

trong khi (1.40) và (1.41) trở thành các bất đẳng thức ≤ và ≥ tương ứng.

$$\forall (F_1, F_2) \in [0,1]^{\Omega} \times [0,1]^{\Omega} \qquad \Pi_{12}(F_1 \times F_2) \le \min(\Pi_1(F_1), \Pi_2(F_2))$$

$$N_{12}(F_1 + F_2) \ge \max(\Pi_1(F_1), \Pi_2(F_2))$$

Mệnh đề 1.13:

Nếu P_{12} là một độ đo xác suất hợp trên $\Omega_1 \times \Omega_2$, P_1 và P_2 là phép đo xác suất marginal cho các biến X_1, X_2 vì vậy nếu các biến X_1, X_2 là độc lập thì:

$$\forall A_1 \subseteq \Omega_1, \forall A_2 \subseteq \Omega_2, \qquad P_{12}(A_1 \times A_2) = P_1(A_1)P_2(A_2)$$

tuy nhiên, nếu hai sự kiện A_1 và A_2 có mối quan hệ thì:

$$P_{12}(A_1 \times A_2) = \min(P_1(A_1), P_2(A_2))$$

1.8.MỘT CÁCH TIẾP CẬN VỀ LƯỢNG ĐẾN VIỆC LỰA CHỌN ĐA KHÍA CẠNH

Giả sử Ω là một tập các đối tượng (object) được phân hạng theo một tập $\mathscr{C}$ các tiêu chuẩn. Và Ω là hữu hạn và đủ nhỏ để chúng có thể liệt kê được dễ dàng.

Các đánh giá từng phần các đối tượng tùy theo từng tiêu chuẩn sẽ lấy giá trị trong các tập có thể nhận biết được dễ dàng.

Một mục tiêu từng phần sẽ được coi như là một tập mờ ràng buộc các giá trị có thể chấp nhận được của các tiêu chuẩnliên quan. Vì vậy có một giả thuyết ẩn là từng mục tiêu định nghĩa một trình tự tuyệt đối trên Ω.

Một giả thuyết cuối cùng ở đây sẽ là sự lựa chọn độc lập với khía cạnh liên quan đến tình trạng môi trường.

1.8.1.CÁC QUI LUẬT CƠ BẢN CỦA CÁCH TIẾP CẬN

Giả sử X_i là phạm vi đánh giá của các đối tượng trong ý nghĩa của tiêu chuẩn $C_i \in \mathscr{C}$; Các đánh giá này có thể được trình bầy như là một ánh xạ m_i từ Ω vào X_i.

Mục tiêu liên quan đến điều kiện C_i sẽ được miêu tả bởi một tập mờ G_i trên X_i mà $\forall x \in X_i$, $\mu_{G_i}(\omega)$ là mức độ tương thích giữa giá trị của x và mong muốn của người quyết định.

Trong trường hợp chắc chắn mong muốn này có thể được biểu diễn dưới dạng một phát biểu sát được trình bầy bởi μ_{G_i} .

$\dot{G}$ (core) sẽ tương ứng với các đánh giá tương thích hoàn toàn với mục tiêu.

Các đánh giá rơi ra ngoài support của G_i là hoàn toàn không tương thích với mục tiêu.

Ví dụ: giả sử rằng Ω là một tập các căn phòng, X là giá, và người ra quyết định mong muốn chọn một căn phòng "giá vừa phải". "giá vừa phải" chính là mục tiêu của người ra quyết định.

μ_{G_i} không thể được đánh giá chính xác. Tuy nhiên, hình dạng của đường cong biểu diễn μ_{G_i} có thể đưa ra được xu hướng chắc chắn của người ra quyết định.

Để tìm ra xu hướng ta không biểu diễn mức độ tương thích đối với mục tiêu trên thang [0,1] , mà trên một thang rời rạc có 5-7 mức (level) tuỳ theo ngưỡng nhận thức của người là quyết định.

Ví dụ: Một ý tưởng đơn giản là biểu diễn sát mức độ tương thích giữa mục tiêu và sự đánh giá, và chiếu các mức lên [0,1] như bảng 1.

Bảng 1. Qui ước thang ngôn ngữ

Mức độ tương thích giữa mục tiêu và ước lượng	qui ước số	sự đánh giá sát
A tương thích hoàn toàn	1	rất tốt
B rất tương thích	0.75	tốt
C tương đối tương thích	0.5	tương đối tốt
D kém tương thích	0.25	không tốt
E không tương thích	0	rất tồi

Để nhận dạng μ_{G_i} có thể hình dung 03 cách tiếp cận sau:

-Rời rạc X thành một tập X' và hỏi người làm quyết định đưa ra một sự đánh giá cho từng ước lượng $x' \in X'$, và sau đó dàn xếp kết quả.

-Trình bầy G như là một số mờ kiểu LR mà người làm quyết định cung cấp thông số (bằng cách cố định sự giới hạn của core và của support của G) và hình dáng.

-Sử dụng một hệ thống trình bầy đồ hoạ cho phép người sử dụng tìm ra hình dạng của μ_G, theo cách này có hình dung trực tiếp mục tiêu đang tìm kiếm.

Đưa ra một mục tiêu G_i và tiêu chuẩn C_i, một sự đánh giá từng đối tượng $\omega \in \Omega$ có thể được làm như thể sự tương thích của nó với mục tiêu, nó có thể được miêu tả bởi hàm thành viên được định nghĩa :

$$\mu_i(\omega) = \mu_{G_i}\left(m_i(\omega)\right) \qquad (1.43)$$

Giả sử rằng mục tiêu toàn cục (global objective) có thể được biểu diễn như là một hệ thống cấp bậc các mục tiêu con, tại mức cuối cùng của chúng là mục tiêu thành phần q liên quan với q các tiêu chuẩn cơ bản C_i dưới dạng ta có thể đánh giá các mục tiêu trong Ω.

Mục tiêu toàn cục có thể được biểu diễn như là phạm trù toàn cục phức hợp mà tập tham khảo của chúng là tích đề các $X_1 \times ..... \times X_q$.

Tập mờ D các đối tượng tương thích với mục tiêu toàn cục có thể nhận được bởi việc tổ hợp các tập mờ mà hàm thành viên μ_i được định nghĩa bởi (1.43). Vì vậy ta có thể giả sử rằng tồn tại một ánh xạ h từ $[0,1]^q$ vào [0,1] mà:

$$\forall \omega \in \Omega, \qquad \mu_D(\omega) = h(\mu_1(\omega),.....,\mu_q(\omega))$$

Do việc cần thiết phải đánh giá được các đối tượng, nên cần thiết phải tìm kiếm một phép toán lý thuyết tập mờ tổ hợp các mục tiêu thành phần.

Một đòi hỏi tự nhiên là phép toán h cần thoả mãn các điều kiện sau:

A1. Điều kiện biên: $h(0,0,.....,0) = 0$; $h(1,1,.....,1) = 1$

A2. $\forall(s_i, t_i) \in [0,1]^2$, nếu $s_i \geq t_i$ thì $h(s_1,\ldots\ldots,s_q) \geq h(t_1,\ldots\ldots, t_q)$.

A3. h là hàm đối xứng của các tham số của nó.

A4. h là liên tục.

1.8.2.CÁC PHÉP TOÁN CỦA LÝ THUYẾT TẬP MỜ

1.8.2.1.PHÉP TOÁN BÙ

Định nghĩa 1.20:

Một phép toán phần bù là một hàm c từ [0,1] vào [0,1] mà phủ định $\overline{F}$ của tập mờ F được định nghĩa:

$$\forall\omega\in\Omega, \qquad \mu_{\overline{F}}(\omega) = c(\mu_F(\omega)) \qquad (1.43)$$

Phép lấy phần bù thoả mãn các tính chất sau:

C1. $c(0) = 1$; $c(1) = 0$

C2. c là giảm chặt. ($\mu_F(\omega_1) \geq \mu_F(\omega_2)$ thì $\mu_{\overline{F}}(\omega_1) \leq \mu_{\overline{F}}(\omega_2)$)

C3. c thoả mãn tính nâng lên luỹ thừa:

$$c(c(\mu_F(\omega))) = \mu_F(\omega)$$

Khi c là liên tục thì có một ngưỡng duy nhất $s\in[0,1]$ mà $s = c(s)$.

1.8.2.2. PHÉP TOÁN HỢP VÀ GIAO

Định nghĩa 1.21:

Các phép toán hợp là phép toán được định nghĩa thông qua ý nghĩa của các ánh xạ u từ $[0,1]^2$ vào [0,1] thoả mãn phương trình sau:

$$\forall\omega\in\Omega, \qquad \mu_{F\cup G}(\omega) = u(\mu_F(\omega), \mu_G(\omega)) \qquad (1.44)$$

Định nghĩa 1.22:

Các phép toán giao là phép toán được định nghĩa thông qua ý nghĩa của các ánh xạ i từ $[0,1]^2$ vào [0,1] thoả mãn phương trình sau:

$$\forall\omega\in\Omega, \qquad \mu_{F\cap G}(\omega) = i(\mu_F(\omega), \mu_G(\omega)) \qquad (1.45)$$

Các tiên đề của các phép toán hợp và giao:

U0. $u(0,1) = u(1,1) = u(1,0) = 1, \qquad u(0,0) = 0$

I0. $u(0,1) = u(0,0) = u(1,0) = 0, \qquad u(1,1) = 1$

Tiên đề giao hoán:

U1. $u(x,y) = u(y,x)$

I1. $i(x,y) = i(y,x)$

Tiên đề kết hợp:

U2. $u(x,u(y,z)) = u(u(y,x),z)$

I2. $i(x,i(y,z)) = i(i(x,y),z)$

Luật De Morgan:

U3. $c(u(x,y)) = i(c(x),c(y))$

I3. $i(u(x,y)) = u(c(x),c(y))$

Luật đồng nhất:

U4. $u(x,0)) = x \qquad (F \cup \varnothing = F)$

I4. $i(x,1) = x \qquad (F \cap 0 = F)$

Tiên đề đơn điệu

U5, I5 không giảm đối với từng tham số

Tiên đề liên tục:

U6, I6. u và i là liên tục.

Các phép toán i gọi là các qui tắc tam giác (triangular norm) trong hình học.

Các phép toán u được gọi là các qui tắc co-norrm.

Từ kết quả của lý thuyết các phương trình hàm, các lớp chính các phép toán giao và hợp có thể được phân rõ theo đặc điểm như sau:

-Các phép toán luỹ đẳng (Idempotent):

$$i(x,y) = \min(x,y), \qquad u(x,y) = \max(x,y)$$

min và max là các phép toán đại diện của hợp và giao thoả mãn I0 - I5 và U0 - U5. Hơn nữa phép toán min là phép toán giao lớn nhất, nghĩa là:

$$\forall x, \forall y, \quad i(x,y) \le \min(x,y)$$

đối ngẫu với nó ta có:

$$\forall x, \forall y, \quad i(x,y) \ge \max(x,y)$$

-Các phép toán đơn điệu chặt (Strictly Monotonic):

$$\forall x \in X \quad i(x,x) < x, \quad u(x,x) > x$$

$$\forall y' > y, \quad i(x,y') > i(x,y), \quad u(x,y') > u(x,y)$$

Nguyên mẫu của các phép toán này là phép toán tích (x.y) đối với sự giao nhau, và tổng xác suất (x + y - x.y) đối với sự hợp.

Hai phép toán này thoả mãn luật De Morgan với c(x) = 1- x. Dạng tổng quát của chúng là:

$$i(x,y) = f^{-1}(f(x) + f(y))$$

trong đó f là ánh xạ 1- 1 liên tục giảm từ [0,1] vào [0,+∞), và f(0) =+∞, f(1) = 0, và

$$u(x,y) = \phi^{-1}(\phi(x) + \phi(y))$$

trong đó ϕ là một hàm 1- 1 liên tục tăng từ [0,1] vào [0, +∞) và $\phi(0) = 0$, $\phi(1) = +\infty$.

Các phép toán này được gọi là các phép toán hợp chặt và giao chặt.

-Các phép toán luỹ linh (Nilpotent):

Các nguyên mẫu của các phép toán này là:

Đối với phép giao: $i(x,y) = \max(0, x + y - 1)$

Đối với phép hợp: $u(x,y) = \min(1, x + y)$

(bounded sum - tổng giới hạn)

chúng thoả mãn các luật De morgan với c(x) = 1- x.

Dạng tổng quát của các phép toán lũy linh:

Đối với phép toán giao:

$$i(x,y) = f^{*}(f(x) + f(y))$$

trong đó f là một ánh xạ từ [0,1] vào [0,f(0)] thoả mãn:

$$f(0) = 1, \qquad f(1) = 0,$$

và $$f^*(x) = f\,{-1}(x) \qquad \text{nếu } x \in [0,1]$$

$$= 0 \qquad \text{nếu } x \geq 1$$

Đối với phép toán hợp:

$$u(x,y) = \phi^*(\phi(x) + \phi(y))$$

trong đó:

$$\phi^*(x) = \phi\,{-1}(x) \qquad \text{nếu } x = f\,{-1}(x) \qquad \text{nếu } x \in [0,1]$$

$$= 1 \qquad \text{nếu } x \geq 1$$

KẾT LUẬN CHƯƠNG 1

Chương 1 của luận án đã trình bầy được những ý tưởng cơ bản về độ đo khả năng. Đây là một trong các cách tiếp cận không truyền thống trong các hệ thống không chính xác và không chắc chắn. Để trình bầy được các ý tưởng cơ bản về độ đo khả năng, trong chương này ta đã trình bầy được khái niệm về độ đo confident đo mức tin tưởng về khả năng xuất hiện của một sự kiện. Thông qua đó ta giới thiệu hai độ đo khả năng và độ đo cần thiết, là một cặp dùng xác định tính chắc chắn sự xuất hiện của một sự kiện A. Khái niệm về tập mờ được trình bầy dùng để mô tả một mức độ không chắc chắn trong tri thức. Mối quan hệ giữa các độ đo, giữa các tập mờ thông qua một số tính chất và các phép toán tập mờ cũng được trình bầy trong chương này. Ta cũng đã đưa ra được một mô hình thực tế xây dựng hàm thành viên đo mức độ tương thích giữa các đối tượng và mong muốn của người ra quyết định. Ngoài ra để đạt được mục tiêu đánh giá mức độ tin tưởng của một cặp các sự kiện, ta đã xây dựng được các khái niệm tích đề các, các quan hệ chiếu trên tích đề các, các khái niệm về các mối quan hệ mờ, không tác động lẫn nhau (noninteractive) từ đó xây dựng được các công thức đánh giá được các tiêu chuẩn trên. Thêm vào đó thông khái niệm tích đề các ta đã đưa ra được một số các phép toán cơ bản của lý thuyết tập mờ dùng để đánh giá được các đối tượng theo một mục tiêu là tổ hợp các mục tiêu thành phần.

Mặc dù trong chương 1 đã gới thiệu được nhiều khái niệm và tính chất quan trọng trong cách tiếp cận khả năng đối với các hệ không chính xác và không chắc chắn. Tuy nhiên các giới thiệu ở đây vẫn là đơn giản, cốt là giúp ta có được một số khái niệm cơ bản áp dụng cho chương sau. Ví dụ như trong chương này ta chưa đi sâu vào vấn đề mở rộng các phép toán tập mờ trên các lượng mờ, một dạng quan trọng của tập mờ được dùng nhiều trong thực tế...

Chương 2

PHƯƠNG PHÁP LÝ LUẬN XẤP XỈ TRONG CÁC HỆ CHUYÊN GIA

Trong các hệ chuyên gia, các cơ sở lập luận dạng and/or được trình bày thường có thể là không chắc chắn hoặc không chính xác.

Trong một thời gian dài, lý thuyết xác suất là cách tiếp cận số duy nhất đối với vấn đề suy luận không chắc chắn. Thời gian gần đây, một vài mô hình toán học không chắc chắn, khác biệt rõ rệt với lý thuyết xác suất đã được đưa ra, đặc biệt là lý thuyết các hàm tin tưởng (belief) của Shafer và lý thuyết khả năng. Các nhà nghiên cứu về trí tuệ nhân tạo thấy rằng cần thiết thay thế mô hình Bayesian chuẩn và đưa ra các mô hình kinh nghiệm.

Chương này trình bày cách nhìn tổng quát hơn về một số cơ sở lý thuyết, không hoàn toàn dựa trên xác suất, và các cách tiếp cận suy diễn không hoàn toàn là xác suất. Phần đầu, chúng ta làm việc với các mô hình không chính xác và sự không chắc chắn khác nhau, trong đó đưa ra các khái niệm xác suất và khả năng. Sau đó, trong hai phần kế tiếp, chúng ta xem xét cách xử lý của hai kỹ thuật suy luận cơ bản cần thiết trong các hệ chuyên gia là kết luận suy diễn và sự tổ hợp dữ liệu lấy từ các nguồn khác nhau, trong ngữ cảnh các tiền đề không chắc chắn hoặc không chính xác.

2.1. MỘT SỐ ĐẶC TRƯNG TRONG PHƯƠNG PHÁP KHÔNG CHÍNH XÁC VÀ KHÔNG CHẮC CHẮN

Trong chương này một mục thông tin được trình bầy như một mệnh đề logic và được ký hiệu p, q, r. Ký hiệu lý thuyết tập hợp chỉ được sử dụng khi chúng ta mong muốn trình bầy nội dung (có thể không chính xác) của các mệnh đề. Vì vậy chúng ta có thể coi tập $\mathcal{P}$ các mệnh đề như sau:

Định nghĩa 2.1

Ký hiệu $\mathcal{P}$ là tập các mệnh đề logic, với hai phép toán phủ định ($\neg$) và phép toán "and" ($\wedge$), thoả các tiên đề sau:

(1) Nếu $p \in \mathcal{P}$, thì $\neg p \in \mathcal{P}$ ($\neg$ là dấu phủ định, negation) (2.1)

(2) Nếu $p \in \mathcal{P}$ và $q \in \mathcal{P}$, thì $(p \wedge q) \in \mathcal{P}$ ($\wedge$ là giao, conjunction).

Ký hiệu $\mathbf{0}$ là mệnh đề hoàn toàn sai, và $\mathbf{1}$ là mệnh đề hoàn toàn đúng, $\mathbf{0} \in \mathcal{P}$, $\mathbf{1} \in \mathcal{P}$.

Định nghĩa 2.2

Giả sử $\mathcal{P}$ là tập các mệnh đề logic. Khi đó phép toán "or" (ký hiệu là $\vee$) được định nghĩa như sau:

$$p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

Định nghĩa 2.3

Giả sử $\mathcal{P}$ là tập các mệnh đề logic. Khi đó phép toán kéo theo (ký hiệu là $\rightarrow$) là phép toán thoả mãn:

$$p \rightarrow q = \neg p \vee q$$

Định nghĩa 2.4

Tập các mệnh đề $\mathcal{P}$ với các phép toán $\neg$, $\wedge$, $\vee$ được gọi là dàn boolean của các mệnh đề logic.

Định nghĩa 2.5

Cho tập các mệnh đề logic $\mathcal{P}$. Ta nói rằng "p kéo theo q" khi $p \rightarrow q = 1$.

Định nghĩa 2.6

Cho tập các mệnh đề logic $\mathcal{P}$, p và q là hai mệnh đề logic thuộc $\mathcal{P}$ được gọi là không tương thích nếu $p \wedge q = \mathbf{0}$. Vì lúc đó một trong hai mệnh đề là true thì mệnh đề kia là false.

Mệnh đề 2.1

Cho tập các mệnh đề logic $\mathcal{P}$. p và q là hai mệnh đề logic thuộc $\mathcal{P}$ khi đó $p \wedge q = \mathbf{0}$ là tương đương với $p \rightarrow \neg q = \mathbf{1}$.

2.1.1. SỰ TIN CẬY VÀ SỰ HỢP LÝ (CREDIBILITY VÀ PLAUSIBILITY)

Ở đây giả sử rằng $\mathcal{P}$ là một tập hữu hạn.

Trong lý thuyết xác suất, xác suất P(p) mà p là true và xác suất $P(\neg p)$ mà p là false có quan hệ:

$$P(p) + P(\neg p) = 1$$

Vì vậy nếu P(p) = 0 thì $P(\neg p) = 1$. Nếu không biết chắc chắn p là true hay false thì dường như tự nhiên ta có: $P(p) = P(\neg p)=1/2$.

Tuy nhiên, nếu p có nhiều hơn 2 lựa chọn mà hoàn toàn không biết thì sẽ rất khó khăn khi trình bầy. Do đó cần thiết phải có các độ đo mới có thể trình bầy được các vấn đề trên.

Giả sử g là một độ đo không chắc chắn trên $\mathcal{P}$, lấy giá trị trong khoảng [0, 1]:

(1) $g(\mathbf{0}) = 0$ (2.2)

(2) $g(\mathbf{1}) = 1$

(3) Nếu p kéo theo q, thì $g(q) \geq g(p)$

Rõ ràng g thỏa mãn tiên đề (2.1) là 1 độ đo confidence được đề xuất trong chương 1.

Tuy nhiên, các tiên đề (2.2) xác định các đặc điểm đối với một họ các độ đo confidence là quá lớn, và không phù hợp cho tính toán. Do đó có thể đưa ra các độ đo thu hẹp họ các độ đo này.

Shafer đã đưa ra các độ đo tin cậy (credibility) hoặc tin tưởng (belief) tự nhiên thoả mãn (2.2). Các độ đo này có thể được biểu diễn thông một hàm m trên $\mathcal{P}$ lấy giá trị trong [0, 1], mà:

$$m(\emptyset) = 0 \qquad \sum_{p \in \mathcal{P}} m(p) = 1 \tag{2.3}$$

Định nghĩa 2.7

Giả sử $\mathcal{P}$ là tập các mệnh đề logic hữu hạn, m là một hàm lấy giá trị trên $\mathcal{P}$ thoả mãn (2.3). Độ đo tin cậy (credibility) Cr, dựa trên m, được biểu diễn như sau:

$$\forall q \in \mathcal{P}, \qquad Cr(q) = \sum_{p \rightarrow q = 1} m(p) \tag{2.4}$$

trong đó:

-m(p) trình bầy mức tin tưởng liên quan tới p và chỉ mình p.

-Cr(q) là độ tin cậy (credibility) của q đạt được ở dạng tổng các chỉ số tin tưởng của các mệnh đề kéo theo q.

Độ đo m không phải là một độ đo confidence vì nó không thoả mãn (2.3).

Định nghĩa 2.8

Mệnh đề p mà m(p)>0 được gọi là các mệnh đề trọng tâm.

Định nghĩa 2.9

Giả sử Cr là độ đo tin cậy. Độ đo Pl thoả mãn:

$$\forall p \in \mathcal{P}, \qquad Pl(p) = 1 - Cr(\neg p) \tag{2.5}$$

Khi đó Pl được gọi là độ đo hợp lý (plausibility).

Mệnh đề 2.2

Pl là độ đo hợp lý thì Pl có thể được trình bầy thông qua các toán hạng m như sau:

$$\forall q \in \mathcal{P}, \qquad Pl(q) = \sum_{p \rightarrow \neg q \neq 1} m(p) \tag{2.6}$$

Mệnh đề 2.3 (Shafer)

Các hàm C r và Pl, lần lượt, thoả mãn (2.4) và (2.6) với các trọng số m trong ngữ cảnh (2.3), nếu và chỉ nếu chúng tương ứng là superadditive và subadditive với mọi số nguyên dương bậc n.

Đối với bậc n bằng 2 có:

$$Cr(p \vee q) \geq Cr(p) + Cr(q) - Cr(p \wedge q) \qquad \text{(superadditivity)}$$

$$Pl(p \wedge q) \leq Pl(p) + Pl(q) - Pl(p \vee q) \qquad \text{(subadditivity)}$$

Từ đó dẫn tới các tính chất sau:

Tính chất 2.1

$$\forall p \in \mathcal{P}, \qquad Cr(p) + Cr(\neg p) \leq 1$$

$$\forall p \in \mathcal{P}, \qquad Pl(p) + Pl(\neg p) \geq 1$$

Vì vậy có thể xảy ra $Cr(p) = Cr(\neg p) = 0$ và $Pl(p) = Pl(\neg p) = 1$. Điều đó có nghĩa là trong một trường hợp nào đó hoàn toàn không biết, hai mệnh đề trái ngược nhau có thể xuất hiện hợp lý, và trong chúng không có mệnh đề nào là kém tin tưởng nhất.

Tính chất 2.2

$$\forall p \in \mathcal{P}, \qquad Cr(p) \leq Pl(p)$$

Chứng minh:

$Pl(p) = 1- (Cr(\neg p) + Cr(p)) + Cr(p) \leq Pl(p)$ (Do $Cr(\neg p) + Cr(p) \leq 1$)

Mệnh đề 2.4

Nếu mọi mệnh đề trọng tâm p không tương thích với mọi mệnh đề không kéo bởi theo nó, khi đó các độ đo tin cậy (credibility) và độ đo hợp lý (plausibility), định nghĩa bởi (2.4) và (2.6) là giống nhau. Điều kiện này có thể viết như sau:

$$\forall p \in \{p \mid m(p)>0\}, \forall q, \text{ nếu } p \rightarrow q \neq \mathbf{1}, \Rightarrow \qquad p \wedge q = \mathbf{0} \qquad (2.7)$$

Chứng minh:

$$Cr(q) = \sum_{p \rightarrow q = 1} m(p) \qquad\qquad Pl(q) = \sum_{p \rightarrow \neg q \neq 1} m(p)$$

$p \rightarrow q = \mathbf{1} \Leftrightarrow \neg p \vee q = \mathbf{1}$

$p \rightarrow \neg q \neq \mathbf{1} \Rightarrow p \wedge \neg q = \mathbf{0} \Leftrightarrow \neg p \vee q = \mathbf{1}$.

Do đó ta chứng minh được mệnh đề (2.5).

Sự đồng nhất Pl và Cr, phụ thuộc vào tính subadditivity của Pl tính superadditivity của Cr. Trong trường hợp này phép đo confidence là một phép đo xác suất P. Vì:

$$Cr(p) + Cr(\neg p) = Cr(p) + (1-Pl(p)) = Cr(p) + 1- Cr(p) = 1$$

Định nghĩa 2.10:

Cho tập các mệnh đề logic $\mathcal{P}$, p và q là hai mệnh đề logic thộc $\mathcal{P}$ khi đó p được gọi là tương đương với q, ký hiệu $p\leftrightarrow q$, nếu thoả mãn:

$$(p\leftrightarrow q)=(p\rightarrow q) \wedge (q\rightarrow p)$$

Định nghĩa 2.11:

Một mệnh đề sơ cấp là một mệnh đề chỉ được suy ra bởi chính nó (hoặc là một mệnh đề tương đương) và bởi mệnh đề sai mọi nơi:

$$\forall q\neq \mathbf{0}, \quad \text{nếu } q\leftrightarrow p \neq \mathbf{1} \quad \text{thì } q\rightarrow p \neq \mathbf{1} \qquad (2.8)$$

Mệnh đề 2.5:

Mọi mệnh đề trọng tâm thỏa mãn (2.7) là mệnh đề sơ cấp và ngược lại.

Nếu Pl=Cr= P thì các mệnh đề trọng tâm là hoàn toàn sơ cấp (và vì vậy cũng không tương thích).

Mệnh đề 2.6:

Giả sử n mệnh đề trọng tâm được sắp thứ tự $p_n\rightarrow p_{n-1}\rightarrow\ldots\rightarrow p_1$. Khi đó (nhờ sử dụng tiên đề (2.2)) ta có:

$$\forall p\in\mathcal{P}, \quad \forall q\in\mathcal{P}, \quad Cr(p\wedge q)=\min (Cr(p), Cr(q)) \qquad (2.9)$$

$$\forall p\in\mathcal{P}, \quad \forall q\in\mathcal{P}, \quad Pl(p\vee q)=\max (Pl(p), Pl(q)) \qquad (2.10)$$

Từ mệnh đề (2.7) ta có thể coi các độ đo cần thiết và khả năng có thể được coi như trường hợp đặc biệt của các độ đo tin cậy và độ đo hợp lý, tương ứng.

Các tiên đề đối với các độ đo ở đây được biểu diễn bởi các toán hạng mệnh đề hơn là các sự kiện. Ta nhớ lại các tính chất sau:

Tính chất 2.3:

$$\forall p \in \mathcal{P}, \qquad \Pi(p)<1 \Rightarrow N(p) = 0$$

$$N(p)>0 \Rightarrow \Pi(p) = 1$$

*Từ tính chất (2.4) ta có một số so sánh giữa độ đo xác suất, độ đo tin cậy, độ đo hợp lý:

-Một sự kiện với xác suất = 1 được coi như là chắc chắn;

-Điều đó không xảy ra đối với một sự kiện mà khả năng = 1 bởi vì sự kiện đối ngẫu cũng có thể có khả năng = 1.

-Mặt khác, nếu tính cần thiết của một sự kiện = 1, thì sự kiện đó có thể được coi là chắc chắn, bởi vì các độ đo cần thiết và khả năng của sự kiện đối ngẫu cùng bằng 0 (dựa vào các mối liên hệ của phần 1.3.1 chương1).

Đưa ra một trọng số m, với ý nghĩa của (2.3), trên các mệnh đề trọng tâm thuộc $\mathcal{P}$, giả sử σ là một hàm tương ứng từng mệnh đề p với một mệnh đề sơ cấp $\sigma(p)$ mà $\sigma(p)\rightarrow p = 1$, và giả sử P_σ là một độ đo xác suất được tạo bởi một trọng số m_σ mà:

$$\forall q, \quad m_\sigma(q) = m(p) \quad \text{nếu } q = \sigma(p)$$

$$= 0 \quad \text{trong các trường hợp khác}$$

thì có thể chứng minh rằng

$$\forall \sigma, \forall p \in \mathcal{P}, \quad Cr(p) \leq P_\sigma(p) \leq Pl(p)$$

Kết quả này tương ứng với kết quả ở phần (1.6) chương 1. Kết quả này cho ta một ý nghĩa là một sự kiện là tin cậy nhất định (credible) là có thể (probable), và một sự kiện là có thể nhất định là hợp lý.

2.1.2. PHÉP ĐO DECOMPOSABLE (PHÉP ĐO CÓ THỂ PHÂN TÍCH ĐƯỢC)

Trong ngữ cảnh khác, trong đó các độ đo xác suất, khả năng, và cần thiết là được thiết lập nhờ các độ đo descomposable confidence g được định nghĩa như sau:

Định nghĩa 2.12:

Giả sử $\mathcal{D}$ hữu hạn, g là một độ đo thỏa mãn các tiên đề sau:

$$g(\mathbf{0})=0, \qquad g(\mathbf{1})=1$$

$$\exists \perp, \quad p \wedge q = \mathbf{0} \Rightarrow g(p \vee q) = g(p) \perp g(q) \qquad (2.11)$$

trong đó: [0, 1] là khoảng đóng đối với phép toán $\perp$. Khi đó g được gọi là độ đo descomposable.

Ta thấy rằng, (2.12) là một giả thuyết tự nhiên nói cách khác độ tin tưởng trong mệnh đề "p or q" chỉ phụ thuộc vào các độ confidence riêng rẽ của p và của q khi p và q là không tương thích.

Cấu trúc dàn boolean trong $\mathcal{D}$, với đặc điểm đơn điệu của g (phương trình 2.2), dẫn đến $\perp$ được chọn chỉ từ traingular co-norm (được giới thiệu trong đoạn 1.8.2.2 của chương 1). Vì:

Nếu $\quad p \wedge q = 0 \quad \Rightarrow \quad p=0 \vee q=0$

mặt khác $\quad p \rightarrow (p \vee q) = 1 \quad \Rightarrow \quad g(p \vee q) \geq g(p)$

$\quad q \rightarrow (p \vee q) = 1 \quad \Rightarrow \quad g(p \vee q) \geq g(q)$

$\Rightarrow g(p \vee q) \geq \max(g(p), g(q))$.

Do đó, nếu $\perp$ không có dạng triangular co-norm thì sẽ không tồn tại một trong các đẳng thức sau:

$$\perp(0, 1) = \perp(1, 1) = \perp(1, 0) =1, \qquad \perp(0, 0) =0$$

Vì vậy $\exists$ trường hợp $g(p \vee q) < g(p)$ hoặc $g(p \vee q) < g(q)$ trái với tiên đề (2.2).

-Đặc biệt, nếu chọn $\perp$ bằng max , nhận thấy rằng khi đó g là một độ đo khả năng;

Định nghĩa 2.13:

Cho một độ đo g. Khi đó g được gọi là chuẩn hoá nếu:

$$\Sigma\{g(p) | \text{ p là sơ cấp}\} = 1$$

-Nếu $\perp$ là một tổng giới hạn (bounded sum) ($u*v=\min(1, u+v)$) và g là một độ đo decomposable thoả mãn điều kiện chuẩn hoá thì g là một độ đo xác suất.

-Ngoài ra các độ đo decomposable có một số tính chất mà theo các tính chất này chúng có thể được định nghĩa hoàn toàn dưới dạng một co-norm $\perp$ và các giá trị của chúng là các mệnh đề sơ cấp, vì mọi mệnh đề có thể được viết như là hợp của các mệnh đề sơ cấp kéo theo nó.

Mệnh đề 2.7:

Mọi độ đo decomposable g đều tồn tại một độ đo đối ngẫu g_c được định nghĩa như sau:

$$\forall p, \quad g_c(p) = c(g(\neg p))$$

trong đó c là một phép toán lấy phần bù (chương 1 phần 1.8.2.1).

Mệnh đề 2.8:

Cho độ đo decomposable g, nếu chọn g_c được xây dựng bởi triangular norm * mà u*v = c(c(u) + c(v)), thì g_c thoả mãn một tiên đề đối ngẫu với (2.11):

$$\forall p,q, \qquad p \vee q = \mathbf{1} \Rightarrow g_c(p \wedge q) = g_c(p) * g_c(q) \qquad (2.12)$$

Đây là nêu lại tiên đề đối với các độ đo cần thiết (nhận được nhờ thay pháep toán * bởi min trong 2.12).

Chú ý rằng (2.11) thoả mãn :

$$g(p) \perp g(\neg p) = 1$$

các phép đo decomposable có thể được nhóm vào hai nhóm:

+ Nhóm thứ nhất g(p) xác định hoàn toàn g(¬p). Các độ đo confident được gọi là self-dual ($\exists c$, $g_c = g$) và cùng thoả mãn (2.11) và (2.12). Nguyên mẫu của chúng là phép đo xác suất.

+ Nhóm thứ hai g(¬p) không thể luôn luôn được xác định từ g(p). Đặc biệt trường hợp các độ đo confidence nảy sinh từ phép toán max hoặc là từ một strict co-norm (vì $\perp$ chỉ có dạng triangular co-norm, chương 1 phần 1.8.2.2) ví dụ như là: $u \perp v = u+v-uv$. Chúng thoả mãn $\max(g(p), g(\neg p))=1$, điều này tương tự như các độ đo khả năng. Các độ đo này thường khác với đối ngẫu của chúng, và độ đo đối ngẫu này tương tự như độ đo cần thiết.

2.1.3. CÁC MỆNH ĐỀ KHÔNG RÕ RÀNG (vague proposition)

Định nghĩa 2.14

Giả sử p là một mệnh đề có dạng "X lấy các giá trị trên A", hoặc chính xác hơn, "X là A", khi đó nội dung của một mệnh đề p định rõ sự chính xác hoặc không chính xác, giá trị của một biến X trong một vũ trụ S với ý nghĩa là một tính chất A tương ứng với một tập con của S.

Định nghĩa 2.15

Mọi mệnh đề sơ cấp $p \in \mathcal{P}$ có dạng "X lấy giá trị s" mà $s \in S$, ta ký hiệu nó là p_S, khi đó p_S gọi là chính xác đối với tập tham khảo S. Và mọi mệnh đề không sơ cấp (nếu khác $\mathbf{0}$) là không chính xác đối với tập tham khảo.

Ở đây ta đồng nhất $(\mathcal{P}, \neg, \wedge, \vee)$ với $(\mathcal{P}(S), \sim, \cap, \cup)$ trong đó $\mathcal{P}(S)$ là tập của các bộ phận của S. Từ cách nhìn này ta có:

(1) $\mathbf{0}$ = "X là $\varnothing$" nghĩa là "X không lấy bất kỳ giá trị nào trên S".

(2) $\mathbf{1}$ tương ứng với sự khẳng định rằng "X lấy giá trị trong S".

Chú ý rằng ở đây, các phần tử của S là được giả sử là các giá trị duy nhất được gán cho X.

Ta đề xuất một độ đo khả năng Π đánh giá sự không chắc chắn của các mệnh đề trong $\mathcal{P}$, dưới dạng:

$$\forall p, \quad \Pi(p) = \sup \{\Pi(p_S) \mid p_S \to p = \mathbf{1}\} \qquad (2.13)$$

Phân phối khả năng $\{\Pi(p_S) \mid s \in S\}$, định rõ đặc điểm Π, có thể được giải thích như là một mệnh đề không rõ ràng có dạng "X là A" trong đó A là một tập con mờ được chuẩn hoá của S được định nghĩa bởi:

$$\mu_A(s) = \Pi(p_S) \quad \hat{=} \quad \pi_X(s)$$

(định nghĩa là)

Ký hiệu π_X biểu lộ biến liên quan đến mệnh đề.

Đặc biệt, nếu $\forall p$, $\Pi(p) \in \{0, 1\}$, Π là tương đương với mệnh đề truyền thống $q=\vee\{p_S | s \in A\}$ với $A = \{s | \pi_X(s) = 1\}$.

2.1.4. ƯỚC LƯỢNG GIÁ TRỊ ĐÚNG ĐẮN CỦA MỘT MỆNH ĐỀ

Giá trị đúng đắn của một mệnh đề có thể được coi như là một độ đo mở rộng, nội dung của nó tương tự với nội dung của tri thức, sự hiểu biết thực tế của con người (chúng có thể không hoàn hảo).

Định nghĩa 2.16

Giả sử ta có nội dung của mệnh đề "X là F" được đánh giá, và nội dung của mệnh đề tham khảo "X là A", được trình bầy bởi phân phối μ_F và μ_A, tương ứng. Khi đó các độ đo mức khả năng và cần thiết biểu diễn sự ràng buộc của các mệnh đề theo giá trị của biến X, mà mệnh đề "X là F" có thể true, căn cứ vào tri thức "X là A" có thể được đánh giá như sau:

$$\Pi(F; A) = \sup_{s \in S} \min(\mu_F(s), \mu_A(s)) = \Pi(A; F) \qquad (2.14)$$

$$N(F; A) = \inf_{s \in S} \max(\mu_F(s), 1 - \mu_A(s)) \qquad (2.15)$$

Chúng lần lượt là độ đo khả năng và độ đo cần thiết của sự kiện mờ F được tính toán thông qua phân phối khả năng $\pi_X = \mu_A$ (chương 1, phần (1.7)). Do đó từ (2.14) và (2.15) ta có :

Mệnh đề 2.9

Khi tri thức của ta là chính xác và vì vậy A tương ứng với một phần tử duy nhất (singleton) của S. Ta có: do đó từ (2.14) và (2.15) có :

$$\Pi(F; A) = N(F; A)$$

và khi F không là tập mờ (ví dụ "X là F" không phải là một mệnh đề không rõ ràng), thì :

$$\forall A, \qquad \prod(F; A) = 1$$

$$\text{hoặc} \quad N(F; A) = 0$$

Mệnh đề 2.8 được chứng minh với chú ý rằng khi A={s_0} thì $\mu_A(s_0)=1$. Khi F không là tập mờ thì $\mu_A(s)=0$ hoặc $\mu_A(s)=1$.

Ký hiệu v(p) tính đúng đắn của mệnh đề p. Khi đó ta có mệnh đề sau:

Mệnh đề 2.10

Nếu tri thức tương ứng với một phần tử {s_0} thuộc S, và các mệnh đề được đánh giá là rõ ràng. Vì vậy, nếu p = ”X là F”

$$v(p) = \prod(F; \{s_0\}) = N(F; \{s_0\}) = \mu_F(s_0) \in \{0, 1\}$$

Nhờ các công thức ở chương 1,đoạn 1.7 ta có thể chứng minh được mệnh sau:

Mệnh đề 2.11

Giả sử S × T là tích đề các của các tập tham khảo, X và Y là hai biến không tác động lẫn nhau, tri thức tham khảo có thể được trình bầy bởi tích đề các A × B của các tập mờ (xem 1.38), và mức đo khả năng và cần thiết của các mệnh đề không rõ ràng tương ứng với các sự kiện F × G và F + G (xem 1.39) thoả mãn các đẳng thức theo sau:

$$\prod(F \times G; A \times B) = \min(\prod(F; A), \prod(G, B)) \qquad (2.16)$$

$$N(F \times G; A \times B) = \min(N(F; A), N(G, B))$$

$$\prod(F + G; A \times B) = \max(\prod(F; A), \prod(G, B))$$

$$N(F + G; A \times B) = \min(\prod(F; A), N(G, B))$$

Vì vậy $\prod(F; A)$ hoặc N(F; A) có thể được coi như là một cấp của sự đúng đắn v(F; A) theo nghĩa logic mở rộng. Chúng ta mong muốn có các đẳng thức sau, tương ứng như logic truyền thống:

$$v(F; A) + v(\overline{F}; A) = 1 \qquad (2.17)$$

$$v(F \cap G; A) = f(v(F; A), v(G; A)) \quad (2.18)$$

$$v(F \cup G; A) = g(v(F; A), v(G; A)) \quad (2.19)$$

Về tổng quát $\prod(F; A)$ lẫn $N(F; A)$ không thoả mãn (2.17). Tuy nhiên, nếu A là một phần tử duy nhất thì sự mở rộng là được bảo đảm, duy trì khi lấy f = min và g = max. Hơn nữa, nói chung (2.20) vẫn là đúng nếu:

$$v(F; A) = \frac{\prod(F, A) + N(F, A)}{2}$$

Nhưng, nếu F và G là các tập chuẩn, thì v, được định nghĩa như trên, thoả mãn (2.21) và (2.22) khi F và G là trên các tập tham khảo khác nhau S và T, A được thay bởi tích đề các A x B trên S x T, và $F \cup G$ (hoặc lần lượt $F \cap G$) là được thay thế bởi F + G (hoặc lần lượt F x G); kết quả này vẫn đúng nhờ các phương trình (2.16).

2.2.LẬP LUẬN TỪ TIỀN ĐỀ KHÔNG CHẮC CHẮN

Trong ngữ cảnh của lập luận tự động, hình như có thể chấp nhận 02 cách tiếp cận cho việc trình bầy tri thức: tiếp cận logic và tiếp cận hàm.

*Tiếp cận logic:

Trong cách tiếp cận logic các mục tri thức, các sự kiện và các qui luật được trình bầy như là các khẳng định logic, và kết luận là dựa trên việc sử dụng các qui tắc (rule) suy xét độc lập. Trong logic truyền thống, hai qui tắc được sử dụng nhiều nhất là:

-Qui tắc **Modus Ponens**

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

tương ứng với dòng đầu tiên của bảng 2.1, trong đó v(p) là giá trị đúng đắn của mệnh đề p.

Bảng 2.1 Modus Ponens

v(p → q)	v(p)	v(q)	
1	1	1	Modus ponens
1	0	(0, 1)	Phủ định của q; tuy nhiên giá trị truth (giá trị có thực) của nó là vô định
0	1	0	
0	0	∅	Tình huống không thể

-Qui tắc **Modus Tollens**:

$$\frac{\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\neg p}$$

tương ứng với dòng thứ hai của bảng 2.2.

Bảng 2.2 Modus Tollens

v(p → q)	v(q)	v(p)	
1	1	(0, 1)	Sự khẳng định của p, tuy nhiên giá trị đúng đắn là không xác định được
1	0	0	Modus Tollens
0	1	∅	Tình huống không thể
0	0	1	

Các trường hợp không có khả năng (không thể) ở trong các bảng trên chỉ ra rằng các giá trị đúng đắn của p và của p → q không thể được chọn một cách độc lập với nhau.

*Tiếp cận hàm:

Trong cách tiếp cận hàm các qui luật được xem như là các đặc trưng từng phần của các hàm mà các đối số tương ứng với các sự kiện. Lập luận được thực hiện khi áp dụng các hàm đó cho các đối số sẵn có. Vì vậy các qui luật có thể được coi như là các điều kết luận được tính toán trước, chúng có thể là được biểu diễn dưới dạng các điều kiện khi tính hợp lệ của các qui luật là không chắc chắn.

Luật "nếu p thì q" được diễn giải như là q được rút ra từ p trong đó p và q là các mệnh đề có dạng "$X \in A$" và "$Y \in B$" tương ứng.

Giả sử $g(q|\, p) \in \{0, 1\}$ là một quan hệ nhị phân trên $\mathcal{P}$ được định nghĩa bởi $g(q|\, p) = 1$ nếu và chỉ nếu qui luật "nếu p thì q" là thoả mãn. Nói cách khác, $g(q|\, p) = 1$ nghĩa là q có thể được suy ra từ p.

Ký hiệu "|" không phải là một liên kết logic. Vì khi $g(q|\, p)=1$, theo logic ta thường viết $p|\, q$. Nhận thấy rằng nếu $g(q|\, p)=0$ hoặc $v(p)=0$ thì không có sự kết luận nào có thể suy ra được sự đúng đắn của q. Một bảng tương tự như bảng (2.1) được tạo nên, trong đó $g(q|\, p)$ thay cho $v(p \rightarrow q)$. Trong trường hợp cùng giá trị đối với $v(q)$ xuất hiện trong dòng 1, và sự không xác định được 0 hoặc 1 trong các dòng khác thì ta có các bất đẳng thức

$$v(q) \geq v(p \wedge q) \geq \min(g(q|\, p), v(p)) \qquad (2.23)$$

Một tập các quan hệ g là được định nghĩa hoàn toàn trong (2.23) thoả mãn đẳng thức sau:

$$v(p \wedge q) = \min(g(q|\, p), v(p)) \qquad (2.24)$$

Cách tiếp cận này có thuận lợi là đã loại trừ được trường hợp không thể (dòng 4 trong bảng 2.1), chúng cho phép $v(p)$ và $g(q|\, p)$ được định nghĩa độc lập, trong khi $v(p)$ và $v(p \rightarrow q)$ là được liên kết với nhau.

Tiếp theo, ta xem xét vấn đề kết luận từ các tiền đề không chắc chắn sử dụng cách tiếp cận logic trước tiên, và sau đó là cách tiếp cận hàm, thu được kết quả tương tự trong cả hai trường hợp. Vì vậy ta có thể đề xuất một thủ tục suy diễn từ các giả thuyết không chính xác.

2.2.1. KẾT LUẬN SUY DIỄN VỚI TIỀN ĐỀ KHÔNG CHẮC CHẮN

Ở đây giả sử rằng các mệnh đề trong câu hỏi là rõ ràng, nhưng cơ sở tri thức, có thể đáp ứng việc thiết lập tính đúng đắn của câu hỏi, là không đầy đủ. Như trong đoạn 1.4, sự không chắc chắn về tính đúng đắn của mệnh đề p được đánh giá giá trị theo nghĩa của một độ đo confidence có thể là độ đo khả năng hoặc cần thiết. Sự không chắc chắn đối với tiền đề “nếu p thì q” sẽ được đánh giá dựa trên cách nhìn, tương đương với mệnh đề $p \rightarrow q = \neg p \vee q$, hoặc như là sự không chắc chắn về điều kiện của q bởi p.

2.2.1.1.MODUS PONENS VÀ MODUS TOLLENS VỚI CÁC TIỀN ĐỀ KHÔNG CHẮC CHẮN

Giả sử Π là một độ đo khả năng trên lưới Boolean $\mathcal{P}$ của các mệnh đề , và giả sử N là phép đo cần thiết đối ngẫu của Π. Chúng ta đưa ra các mở rộng đối với Modus ponens và modus tollens:

Modus ponens

$$\begin{array}{l} N(p \rightarrow q) \geq a \\ \quad N(p) \geq b \qquad \text{(I)} \\ \hline N(q) \geq \min(a, b) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} N(p \rightarrow q) \geq a \\ \quad \Pi(p) \geq b \qquad \text{(II)} \\ \hline \Pi(q) \geq b.v(a+b > 1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Pi(p \rightarrow q) \geq a \\ \quad N(p) \geq b \qquad \text{(III)} \\ \hline \Pi(q) \geq a.v(a+b > 1) \end{array}$$

Modus tollens

$$\begin{array}{l} N(p \rightarrow q) \geq a \\ \quad N(q) \leq b \qquad \text{(IV)} \\ \hline N(p) \leq 1 \text{ nếu } a \leq b \\ \quad \leq b \text{ nếu } a \geq b \end{array}$$

$$\begin{array}{l} N(p \rightarrow q) \geq a \\ \quad \Pi(q) \leq b \qquad \text{(V)} \\ \hline \Pi(p) \leq \max(1-a, b) \end{array}$$

Trong đó $v(a+b>1) = 1$ nếu $a+b > 1$

$= 0$ nếu $a+b \leq 1$

- (I) nhận được bởi chú ý rằng $p \wedge q = p \wedge (\neg p \vee q)$, chúng dẫn đến $N(q) \geq$

$N(p \wedge q) = \min(N(p \to q), N(p)) = \min(a, b)$.

- $b \geq N(q) \geq N(p \wedge q) = \min(N(p \to q), N(p)) \Rightarrow$

nếu $a \leq b$ thì $N(p) \leq 1$

nếu $a \geq b$ thì $N(p) \leq b$

Do đó ta nhận được (IV)

- (II) nhận được từ chú ý rằng $(\neg p) \wedge (\neg q) = (\neg q) \wedge (\neg p \vee q)$, do đó $N(\neg p) \geq N(\neg p \wedge \neg q) = \min(N(\neg q), N(p \to q))$, chúng cuối cùng đưa ra $b \leq \Pi(p) \leq \max(\Pi(q), 1 - N(p \to q)) \leq \max(\Pi(q), 1 - a)$

khi $\Pi(q) < 1 - a$ thì $b \leq 1 - a$ hay $a + b \leq 1 \Rightarrow v(a + b > 1) = 0$

còn nếu $b > 1 - a$ thì rõ ràng $\Pi(q) \geq b$

$\Rightarrow \Pi(q) \geq b.v(a+b > 1)$

- Từ $\Pi(p) \leq \max(\Pi(q), 1 - N(p \to q))$ ta có:

$\Pi(p) \leq \max(\Pi(q), 1 - N(p \to q)) \leq \max(b, 1 - a)$

- (III) có thể dễ dàng kiểm tra vì $\Pi(p \to q) = \max(1-N(p), \Pi(q))$ (nhờ 2.24)

$\Rightarrow a \leq \Pi(p \to q) = \max(1-N(p), \Pi(q)) \leq \max(1-b, \Pi(q))$

$\Rightarrow \Pi(q) \geq a.v(a+b > 1)$

Từ (I), (II), và (III) ta có một dạng tổ hợp như sau:

$$\frac{\begin{array}{lll} N(p \to q) \geq a, & \Pi(p \to q) \geq A & (\max(1-a, A) = 1) \\ N(p) \geq b & \Pi(p) \geq B & (\max(1-b, B) = 1) \end{array}}{\begin{array}{ll} N(q) \geq \min(a, b) & \Pi(q) \geq \max(A.v(A+b > 1)), B.v(a+B > 1)) \end{array}} \quad \text{(VI)}$$

mà trong mọi trường hợp $\max(\Pi(q), 1 - N(q)) = 1$.

Trong trường hợp của các phép đo xác suất, các qui luật suy diễn tương ứng với (VI), và với (IV) và (V) được biết:

$$\begin{array}{ll} P(p \to q) \geq a & \text{(VII)} \\ P(p) \geq b & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{ll} P(p \to q) \geq a & \text{(VIII)} \\ P(q) \leq b & \\ \hline \end{array}$$

$P(q) \geq \max(0, a+b-1)$ $P(p) \leq \min(1, 1-a+b)$

Lược đồ (IV) và (V) đối với modus tollens cũng có thể được tập hợp lại theo một cách tương tự. Một lược đồ nữa có thể được tạo nhờ việc tổ hợp (I), (II), (IV), và (V) dưới dạng:

$N(p \rightarrow q) \geq a$ (IX)

$N(q \rightarrow p) \geq a'$

$N(p) \in [b, b']$, $\Pi(p) \in [c, c']$ và $\max(1-b, c') = 1$

$N(q) \in [\min(a, b), 1]$ nếu $a' \leq b'$

$N(q) \in [\min(a, b), b']$ nếu $a' > b'$

$\Pi(q) \in [c.v(a+c>1), \max(1-a', c')]$

2.2.1.2.ĐIỀU KIỆN ĐỐI VỚI CÁC MỆNH ĐỀ KHÔNG CHẮC CHẮN

Qui luật "nếu p thì q" là một sự đặc trưng từng phần của một hàm từ $\mathcal{P}$ vào $\mathcal{P}$ dưới dạng một độ đo khả năng điều kiện $\Pi(.| p)$, trong đó $\Pi(q| p)$ đo khả năng mà q có thể suy ra từ p. $\Pi(.| p)$ xác là định hoàn toàn qua bất đẳng thức (2. 23):

$$\Pi(p \wedge q) \geq \Pi(q| p) * \Pi(p) \qquad (2.25)$$

(ta có phương trình 2.25 là do min là phép toán giao lớn nhất)

Một khi ta có một độ đo khả năng Π trên $\mathcal{P}$ biểu diễn kiến thức của chúng ta liên quan đến tính đúng đắn của các mệnh đề. * là một phép toán kiểu kết hợp (conjunction), chẳng hạn là minimum, hoặc tổng quát hơn là:

1/ Nếu $r = s$ và $t = u$, thì $r*t = s*u$ (đơn điệu)

2/ $\forall s \in [0, 1]$, $s*0 = 0*s = 0$

3/ $\forall s \in [0, 1]$, $s*1 = 1*s = s$

cho ví dụ, * có thể là một dạng triangular norm như min, hoặc $s*t = \max(0, s+t-1)$...

Độ đo khả năng kém rõ ràng nhất thoả mãn (2.25) đạt tới các biên của sự cân bằng do $\Pi(p) \geq \Pi(p \wedge q)$. vì vậy có thể vì vậy định nghĩa $\Pi(.| p)$ bởi

$$\Pi(p \wedge r) = \Pi(r| p) * \Pi(p), \qquad r = q, \neg q \qquad (2.26)$$

Vì p và q là các mệnh đề truyền thống, $q = (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q)$, từ (2.25) cho:

$$\Pi(q) = \max(\Pi(q| p) * \Pi(p), \Pi(q| \neg p) * \Pi(\neg p)) \qquad (2.27)$$

$$\Pi(\neg q) = \max(\Pi(\neg q| p) * \Pi(p), \Pi(\neg q| \neg p) * \Pi(\neg p)) \qquad (2.28)$$

-Các phương trình (2.27) và (2.28) là tổng quát hoá của modus ponens bởi vì khi $\Pi(q| p) = 1$, $\Pi(\neg q| p) = 0$ và $\Pi(p) = 1$, $\Pi(\neg p) = 0$, ta có thể suy ra rằng $\Pi(q) = 1$ và $\Pi(\neg q) = 0$.

-Phương trình (2.26) đem lại bất phương trình $\Pi(q) \geq \Pi(q| p) * \Pi(p)$, từ đó ta có thể lấy được từ các lược đồ suy luận của modus ponens và modus tollens, tương ứng là:

$$\begin{array}{ll} \Pi(q| p) \geq a & \text{(X)} \\ \Pi(p) \quad \geq b & \\ \hline \Pi(q) \quad \geq a*b & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \Pi(q| p) \geq a & \text{(XI)} \\ \Pi(p) \quad \leq b & \\ \hline \Pi(q) \leq \sup\{s \in [0, 1], a*s = b\} & \end{array}$$

được định nghĩa $a * \rightarrow b$

Các lược đồ này có thể được tổ hợp vào lược đồ khác, tương tự như (IX):

$$\begin{array}{ll} \Pi(q| p) \geq a & \text{(XII)} \\ \Pi(p| q) \geq a' & \\ \Pi(p) \in [b, b'] & \\ \hline \Pi(q) \in [a*b, a' * \rightarrow b'] & \end{array}$$

Phương trình (2.28) có thể được viết dưới dạng các độ đo cần thiết qua phép đặt $\Pi(q| p) = 1 - \Pi(\neg q| p)$, ấy là:

$$N(q) = \min(N(q| p) \perp N(\neg p), N(q| \neg p) \perp N(p)) \qquad (2.29)$$

trong đó $s \perp t = 1 - (1- s)*(1- t)$. Khi * là min, $\perp$ là max. Tổng quát hơn, $\perp$ là phép toán thoả mãn các điều kiện:

1/ Nếu r = s và t = u, thì $r \perp t = s \perp u$ (đơn điệu)

2/ $\forall s \in [0, 1]$, $s \perp 1 = 1 \perp s = 1$

3/ $\forall s \in [0, 1]$, $s \perp 0 = 0 \perp s = s$

Phương trình (2.29) đem lại bất phương trình $N(q) \geq \min(N(q|\ p), N(p))$, cho ta các lược đồ modus ponens và modus tollens tương ứng sau:

$$
\begin{array}{ll}
N(q|\ p) \geq a & \\
N(p) \quad \geq b & \text{(XIII)} \\
\hline
N(q) \quad \geq \min(a, b) &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
N(q|\ p) \geq a & & \\
N(q) \quad \leq b & & \text{(XIV)} \\
\hline
N(p) \leq 1 & \text{nếu } a \leq b & \\
\quad\quad \leq b & \text{nếu } a > b &
\end{array}
$$

Chúng có thể lại được tổ hợp lại phụ thuộc vào lược đồ lập luận bởi sự tương đương:

$$
\begin{array}{ll}
N(q|\ p) \geq a & \text{(XV)} \\
N(p|\ q) \geq a' & \\
N(p) \in [b, b'] & \\
\hline
N(q) \in [\min(a, b), 1] & \text{nếu } a' \leq b' \\
N(q) \in [\min(a, b), b'] & \text{nếu } a' > b'
\end{array}
$$

Chú ý rằng các lược đồ (XIII) - (XV) không phụ thuộc vào phép toán * trong xác định điều kiện. Tồn tại các lược đồ suy luận probabilistic tương tự như (XIII) và (XIV), dựa trên xác suất điều kiện :

$$
\begin{array}{ll}
P(q|\ p) \geq a & \text{(XVI)} \\
P(p) \quad \geq b & \\
\hline
P(q) \quad \geq a.b &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
P(q|\ p) \geq a & & \text{(XVII)} \\
P(q) \quad \leq b & & \\
\hline
P(p) \leq 1 & \text{nếu } a=0 & \\
\quad\quad \min(1, a/b) & \text{nếu } a \neq 0 &
\end{array}
$$

2.2.2.CÁC TIỀN ĐỀ PHỨC TẠP

Giả sử mệnh đề p là kết hợp của hai (hay nhiều hơn các) mệnh đề sơ cấp p_1 và p_2. Nếu chúng ta giả sử rằng các biến ẩn tương ứng trong p_1 và p_2, lần lượt, là khác biệt và không liên kết (điều kiện kiên quyết), thì từ (2.16) chúng ta có thể viết:

$$\Pi(p_1 \wedge p_2) = \min(\Pi(p_1), \Pi(p_2)) \qquad (2.30)$$

hơn nữa, chúng ta luôn có:

$$N(p_1 \wedge p_2) = \min(N(p_1), N(p_2)) \qquad (2.31)$$

Các kết quả tương tự là vẫn đúng nếu p là phép toán $\vee$ của hai mệnh đề, từ các công thức (2.18).

$$\Pi(p_1 \vee p_2) = \max(\Pi(p_1), \Pi(p_2)) \qquad (2.32)$$

2.2.3. TỔ HỢP CÁC MỨC ĐỘ QUAN HỆ KHÔNG CHẮC CHẮN VÀO CÙNG MỆNH ĐỀ DỰA TRÊN CÁCH TIẾP CẬN LÝ THUYẾT KHẢ NĂNG:

Giả sử rằng mức độ không chắc chắn đối với một mệnh đề p được đưa dưới dạng mức độ khả năng $\prod_i(p)$, và tương ứng với mức độ cần thiết $N_i(p)$, liên quan đến nguồn i (chúng có thể là qui luật "nếu q_i thì p"). Khi có n nguồn, ta mong muốn có thể tổ hợp các cặp $(\prod_i(p), N_i(p))$ vào một dạng (Π(p), N(p)). Chú ý rằng luôn có :

$$\max(\prod_i(p),\ 1 - N_i(p)) = 1 \qquad (2.32)$$

Một ý tưởng tự nhiên là khai thác các thành phần không xung đột với nhau của dữ liệu từ các nguồn khác nhau. Ta có thể xem dữ liệu từ nguồn i như là một tập mờ trên tập tham khảo $\{p, \neg p\}$, F_i:

$$\mu_{F_i}(p) = \prod_i(p), \qquad \mu_{F_i}(\neg p) = 1 - N_i(p) = \prod_i(\neg p)$$

Tập mờ này luôn luôn được chuẩn hoá vì luôn thoả mãn (2.32). Tập mờ tương ứng tới (Π(p), N(p)) có thể định nghĩa bởi:

$$F = \bigcap_{i=1}^{n} F_i$$

trong đó giao được thực hiện bởi phép toán min (chương 1, phần 1.4 (1.30)):

Khi đó ta có:

$$\prod(p) = \mu_{F_1 \cap F_2 \cap \ldots \cap F_n}(p) = \min(\mu_{F_1}(p), \mu_{F_2}(p), \ldots, \mu_{F_n}(p))$$

$$= \min_i \prod_i(p)$$

$$N(p) = 1 - \prod_i(\neg p) = 1 - \min_i \prod_i(p) = \max_i(1 - \prod_i(p))$$

$$= \max_i N_i(p)$$

Tuy nhiên ta không thể chắc chắn rằng điều kiện max(Π(p), 1- N(p)) = 1 vẫn đúng. Điều đó không đúng khi có một xung đột giữa các nguồn, ví dụ, khi một nguồn p là có khả năng hơn ¬p và đối với một nguồn khác lại có điều ngược lại ¬p là có khả năng hơn p. Trong trường hợp như vậy, ta khước từ tổ hợp dữ liệu và bắt đầu hỏi các câu hỏi về sự đáng tin cậy của các nguồn. Nếu các nguồn là tin cậy và dữ liệu của chúng có liên quan tới cùng một vấn đề, thì ta chuẩn hoá F bằng cách chia hàm thành viên của nó bởi max(Π(p), 1- N(p)). Từ đó ta nhận được các công thức sau:

$$\prod(p) = \frac{\min_i \prod_i p}{\max(\min_i \prod_i(p), \min_i(1 - N_i(p)))} \quad (2.33)$$

$$N(p) = \frac{\min_i(1 - N_i(p))}{\max(\min_i \prod_i(p), \min_i N_i(p))} \quad (2.34)$$

Một vấn đề quan trọng là tìm ra dữ liệu từ một vài nguồn cung cấp trộn lẫn nhau hoặc không. Vấn đề này được bắt gặp khi ta mong muốn tổ hợp hai qui luật giống như "nếu p_1 thì q" và "nếu p_2 thì q" dưới dạng "Nếu r thì q" trong đó r là tổ hợp của p1 và p2. Cho ví dụ, Π(q| $p_1 \wedge p_2$) không thể biểu diễn bởi các thành phần $\Pi(q|\ p_1)$ và $\Pi(q|\ p_2)$ mà không chỉ ra các giả định khác: trong một vài trường hợp chúng ta có thể có:

$$\Pi(q|\ p_1 \wedge p_2) \geq \max(\Pi(q|\ p_1), \Pi(q|\ p_2))$$

hoặc

$$\Pi(q|\ p_1 \wedge p_2) \leq \min(\Pi(q|\ p_1), \Pi(q|\ p_2))$$

KẾT LUẬN CHƯƠNG 2

Trong các hệ chuyên gia, vấn đề suy luận không chắc chắn là một trong các vấn đề quan trọng. Việc dựa trên mô hình lý thuyết xác xuất đã được chương hai chỉ ra là không thích ứng, do đó đòi hỏi phải có các mô hình toán học không chắc chắn mới. Mà một trong các mô hình toán học không chắc chắn đó là mô hình lý thuyết khả năng đã được trình bầy ở trên. Trong chương này, ta đã đưa ra được một số các đặc trưng trong vấn đề suy luận không chính xác và không chắc chắn, như ta đã xây dựng được các khái niệm về tập các mệnh đề logic $\mathcal{P}$, và các độ đo trên không gian $\mathcal{P}$, đo mức độ đúng đắn của các mệnh đề trong $\mathcal{P}$. Từ đó ta trong một số điều kiện và phương pháp ta đã chỉ ra rằng xây dựng được các mô hình độ đo khả năng, độ đo cần thiết tương ứng với chương 1. Đặc biệt là xây dựng được khái niệm về mệnh đề không rõ ràng và các khái niệm hàm đặc trưng, độ đo khả năng tương ứng. Thông qua đó ta đã xây dựng được các độ đo khả năng, độ đo cần thiết xác định mức độ đúng đắn của một sự kiện thông qua một sự kiện tri thức khác để đưa ra được các công thức toán học mô tả mức độ đúng đắn của một mệnh đề hay một luật trong $\mathcal{P}$. Hai cách tiếp cận hàm và tiếp cận logic sử dụng hai qui tắc Modú ponens và Modus tollens cũng đã được trình bầy trong chương này. Đây là hai mô hình suy diễn trong điều kiện không chắc chắn và không chính xác. Mục tiêu của hai mô hình suy diễn này là đã chỉ ra được các khoảng tốt nhất xác định mức độ đúng đắn của một mệnh đề thuộc vào với sự biết trước các mức độ đúng đắn của các mệnh đề, luật suy diễn ban đầu. Các khoảng này luôn luôn có dạng [a*b, a' *→ b'], trong đó * luôn luôn là phép toán kiểu kết hợp. Dựa trên đó rất nhiều dạng của mô hình modus ponens tổng quát khác nhau được thiết lập bằng cách áp dụng các lựa chọn phép toán *→ khác nhau, được sử dụng trong các mô hình hệ chuyên gia khác nhau. Ngoài ra trong chương này, ta cũng đã đưa ra được một số cách giải quyết trong mô hình suy luận không chắc chắn đối với các trường hợp các tiền đề tổ hợp và một cách tiếp cận dựa trên lý thuyết khả năng để tổ hợp các mức độ không chắc chắn vào cùng một mệnh đề. Tuy đã giải quyết được nhiều vấn đề, nhưng trong chương này ta vẫn còn có một số vấn đề chưa được giải quyết như: vấn đề trình bầy mô hình modus ponens tổng quát dựa trên các luật "if...then...", hay vấn đề tổ hợp các phân phối khả năng...

CHƯƠNG 3

TÌM KIẾM TRI THỨC VÀ ĐỘ ĐO GẦN ĐÚNG

Trong thực tế, con người thường thu nhập và lưu trữ rất nhiều dữ liệu, với suy nghĩ rằng tồn tại thông tin có giá trị trong đó. Nhưng dữ liệu thu được ban đầu hiếm khi có lợi ích trực tiếp. Trong một số trường hợp, dữ liệu có dung lượng tạo nên không gian tìm kiếm quá lớn, chẳng hạn khi phải tính toán trên một CSDL có hàng triệu bản ghi và mỗi bản ghi có hàng nghìn hay hàng vạn trường. Khi đó việc phân tích các khối dữ liệu này để tìm các mẫu bằng các phương pháp truyền thống sẽ vô cùng khó khăn. Khi một hệ thống CSDL phát triển, khả năng hỗ trợ phân tích và ra quyết định sử dụng các câu hỏi truyền thống là không thể làm được. Đặc biệt đối với các câu hỏi về sở thích (của con người) hay vấn đề trình bầy chính xác các câu hỏi là rất khó khăn. Việc tìm ra giá trị có ích thực sự phụ thuộc vào khả năng rút ra được các thông tin hữu ích hỗ trợ cho việc ra quyết định. Hơn nữa, chỉ một phần nhỏ dữ liệu (khoảng 5%-10%) được thu thập là đã từng được phân tích. Và có một khối lượng dữ liệu không nhỏ có thể không bao giờ được phân tích tiếp nhưng vẫn được thu thập, lưu trữ vì sợ rằng một vài điều có thể quan trọng cho tương lai là bị mất hoặc thiếu. Việc thu thập các dữ liệu này đã gây ra các phí tổn rất lớn.

Trong một số lĩnh vực, đặc biệt trong lĩnh vực tài chính đã có các công cụ tài chính đặc biệt được phát triển giúp nhận dạng và trả lời nhanh chóng được một số câu hỏi để phát hiện ra các cơ hội trước khi bước vào cạnh tranh thực sự. Ví dụ như các hệ thống quản lý thông tin MIS, hệ thống hỗ trợ quyết định DSS. Nhờ các hệ thống này, những người sử dụng cuối, thông thường không phải là một người làm công tác thống kê, mà là một người sử dụng cuối bình thường như các chuyên gia, các kỹ sư, các nhà phân tích,..., có thể rút ra được một số tri thức nhanh chóng, dễ dàng giúp đỡ cho công việc của mình.

Chương này tập trung chủ yếu vào việc hệ thống hoá quá trình khai phá dữ liệu và phát hiện tri thức, giới thiệu một số độ đo thông dụng và công thức của chúng như độ đo Gain-ratio, độ đo Gini-index, độ đo Relevance, độ đo X^2. Cuối chương sẽ xây dựng một độ đo mới đo sự phụ thuộc thuộc tính của một tập các đối tượng và chứng minh một số tính chất của độ đo này, có so sánh sơ bộ với độ đo thô của Pawlak và độ đo R.

3.1. Khai phá dữ liệu và phát hiện tri thức

Trong thực tế không có các định nghĩa thống nhất đối với các quá trình khai phá dữ liệu, phát hiện tri thức và về các khái niệm liên quan. Chẳng hạn, ở đây ta giới thiệu hai khái niệm Data Mining khác nhau.

- Đối với các quá trình xử lý phân tích trực tuyến (OLAP), các nhà cung cấp và phân tích công nghiệp đã coi Data mining là bất cứ cái gì, không phân biệt, được người sử dụng dùng như các công cụ phân tích để hiểu dữ liệu của họ (Bruce Moxon [8]).

- Data Ming là quá trình tự động phát hiện tri thức (Robert Groth [7]).

3.1.1. Phát hiện tri thức trong cơ sở dữ liệu

(Knowledge Discovery in Database - KDD)

Định nghĩa 3.1 *(Dữ liệu - [3])*

Dữ liệu là một chuỗi các bit, các số, các ký hiệu, hoặc các đối tượng có ý nghĩa khi gửi tới một chương trình dưới dạng đã được xác định.

Định nghĩa 3.2 *(Thông tin - [3])*

Thông tin là dữ liệu được bỏ đi sự dư thừa, và rút gọn tới mức cần thiết tối thiểu mà vẫn giữ được đặc điểm cơ bản của dữ liệu để tạo các quyết định.

Định nghĩa 3.3 *(Tri thức - [3])*

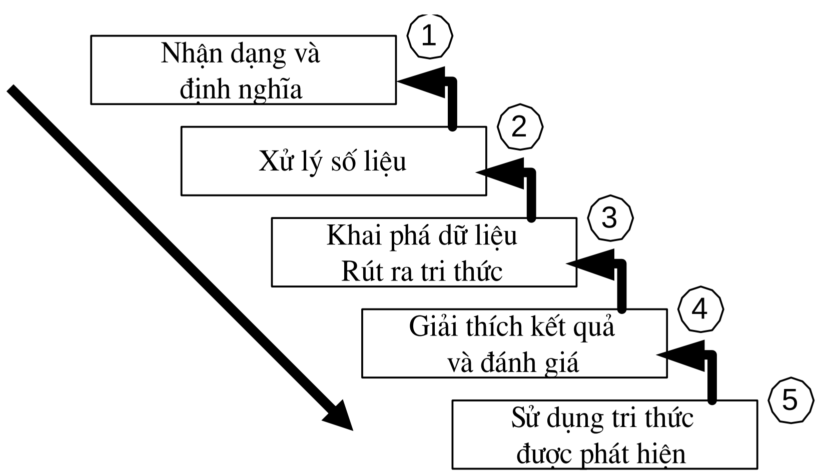
Tri thức là thông tin được tích hợp với nhau, bao gồm các sự việc và các mối *quan hệ của chúng đã được hiểu (được phát hiện, được học). Tri thức có thể được coi như là dữ liệu ở mức độ trừu tượng và tổng quát hoá cao.*

Định nghĩa 3.4 *(Phát hiện tri thức - [3])*

Phát hiện tri thức trong cơ sở dữ liệu là việc rút ra một cách tự động các tri thức ẩn, không hiển nhiên từ khối dữ liệu lớn.

3.1.2. Các bước của KDD

Quá trình phát hiện và khai phá tri thức là một quá trình gồm nhiều bước và lặp đi lặp lại, mà trong đó sự lặp lại có thể xuất hiện ở bất cứ bước nào. Quá trình này có thể được mô tả theo một mô hình sau:



Hình 3.1. Mô hình mô tả tiến trình khai phá dữ liệu.

- Bước 1

* Tìm hiểu phạm vi phát triển ứng dụng: mục đích của người sử dụng cuối, xếp hạng các mức tri thức ưu tiên thích hợp.

* Tạo và lựa chọn cơ sở dữ liệu.

- Bước 2

* Xử lý làm sạch dữ liệu trước: bỏ đi các dữ liệu tạp bao gồm các lỗi và các dạng không bình thường (dữ liệu chỉ xuất hiện khi có một lý do đặc biệt). Xử lý các giá trị bị mất, chuyển đổi dữ liệu phù hợp.

* Rút gọn kích thước dữ liệu và số chiều: nhận được từ cách tìm các thuộc tính hữu ích, giảm bớt số chiều và biến đổi dữ liệu để nhận được các bất biến.

- Bước 3

  * Chọn nhiệm vụ khai phá dữ liệu.

  * Lựa chọn các phương pháp khai phá dữ liệu

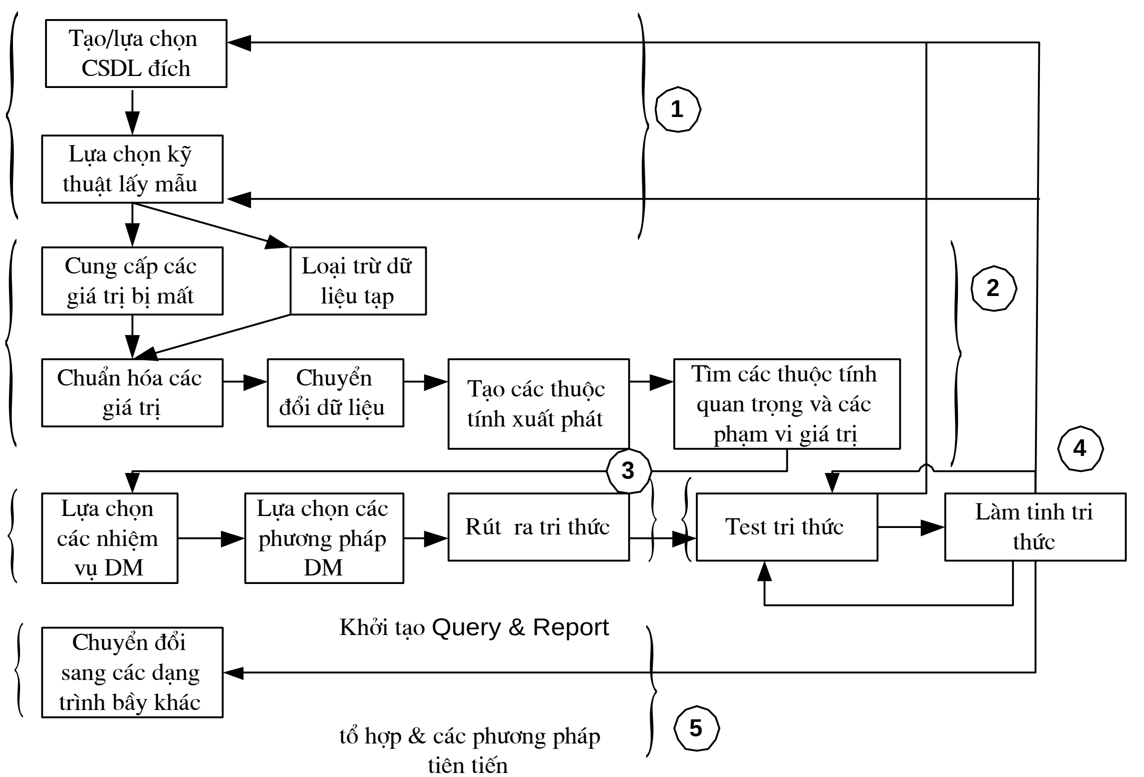
  * Khai phá dữ liệu để rút ra các mẫu, các mô hình

- Bước 4

  Giải thích và đánh giá các mẫu/các mô hình thu được sau bước 3.

- Bước 5

  Tri thức sau được phát hiện được tích hợp chặt chẽ trong hệ thống, giải quyết các xung đột tiềm năng và nghiên cứu các sự thay đổi trong hệ thống.



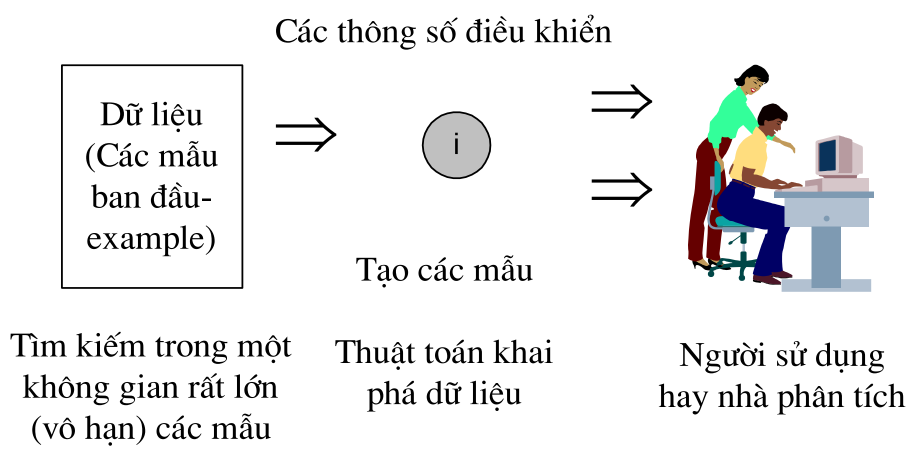
Hình 3.2. Sơ đồ chi tiết quá trình KDD:

Ở đây coi Data mining là một bước trong quá trình KDD, ta có định nghĩa:

Định nghĩa 3.5 *(Data Mining)*

Data Mining là một bước trong quá trình KDD bao gồm các phương pháp tự

động khai phá dữ liệu, với việc tính toán hữu hạn và hiệu quả tính toán có thể chấp nhận được để tạo ra các mẫu, các mô hình có ích (tri thức) từ dữ liệu.



Hình 3.3. Mô hình mô tả một thuật toán khai phá dữ liệu.

3.1.3. Một số phương pháp khai phá dữ liệu

Tìm các mẫu trong CSDL hoặc các mô hình phù hợp với dữ liệu.

Các lớp chính của các phương pháp khai phá dữ liệu.

(1). Lớp các thuật toán làm mô hình dự báo:

- Phân lớp (classification): phân lớp một mục (hoặc một lớp) dữ liệu vào một trong số một vài lớp được định nghĩa trước. Đây là kỹ thuật khai phá dữ liệu được áp dụng thông dụng nhất, để phát triển một mô hình phân lớp một số lượng lớn các bản ghi. Cách tiếp cận này thường xuyên sử dụng các thuật toán phân lớp cây quyết định.

- Hồi qui (regression): tìm ra ảnh hưởng của một mục dữ liệu vào đối với dữ liệu ra.

(2). Lớp các thuật toán phân cụm (clustering):

Nhận dạng một tập hữu hạn các cụm (cluster) để miêu tả dữ liệu. Hay nói cách khác phân cụm là quá trình chia một tập dữ liệu thành các nhóm phân biệt. Quá trình gán này được thực hiện một cách tự động bởi thuật toán phân cụm nhận dạng các tính chất khác biệt của tập dữ liệu và sau đó phân vùng không gian n-chiều được định nghĩa bởi các thuộc tính của tập dữ liệu. Kỹ thuật này hỗ trợ sự phát triển của các mô hình phân cụm. Phân cụm thường là một trong các bước đầu tiên trong phân tích khai phá dữ liệu. Nó nhận dạng các nhóm các bản ghi quan hệ với nhau như là điểm bắt đầu khám phá các mối quan hệ khác.

(3). Các phương pháp mô hình hoá phụ thuộc:

Tìm một mô hình miêu tả các phụ thuộc dấu hiệu giữa các biến, như mô hình đồ thị...

(4). Mô hình tổng kết:

Tìm một miêu tả cô đọng đối với một tập con dữ liệu, các mối quan hệ giữa các trường.

- Kết hợp (Association): cách tiếp cận kết hợp thường biểu diễn các mối quan hệ tin tức tổng hợp dưới dạng các luật quan hệ tin tưởng.

- Visualization: các kỹ thuật này có thể dễ dàng chỉ ra các giá trị không nằm trong phạm vi mong muốn một cách rõ ràng.

(5). Các phương pháp phát hiện sự thay đổi và sự lệch hướng trong dữ liệu hoặc tri thức phát hiện những thay đổi đáng kể nhất trong dữ liệu.

3.1.4. Các thành phần chính của một thuật toán khai phá dữ liệu

Có thể coi quá trình khai phá dữ liệu là một quá trình xây dựng mô hình để trình bầy một tập dữ liệu. Do đó ta có thể phân một thuật toán khai phá dữ liệu ra làm 3 phần.

- Trình bầy mô hình: sử dụng một ngôn ngữ để miêu tả các mẫu có thể phát hiện được.
- Đánh giá mô hình: ước lượng xem một mẫu đặc biệt (một mô hình và các tham số của nó) đáp ứng tiêu chuẩn của quá trình KDD.
- Phương pháp tìm kiếm: tìm kiếm các thông số và các mô hình.

3.2. Một số độ đo lựa chọn thuộc tính

Trước hết ta nhận thấy rằng, việc xác định mức phụ thuộc giữa các nhóm thuộc tính khác nhau là một trong số các vấn đề chính trong việc phân tích, phát hiện các quan hệ nhân quả trong dữ liệu của các hệ thống "giá trị_thuộc tính". Trong chương 1, ta đã đưa ra khái niệm độ đo tin tưởng đo mức độ tin tưởng về khả năng xuất hiện của một sự kiện $A \subseteq \Omega$, trong đó Ω là tập tham chiếu. Đó là một độ đo mang tính tổng quát. Trong chương này, ta sẽ giới thiệu một số độ đo thông dụng trong thực tế, đo độ tin tưởng mức độ phụ thuộc giữa các nhóm thuộc tính khác nhau của một tập các đối tượng.

Định nghĩa 3.6

Giả sử O là một tập các đối tượng. $E \subseteq O \times O$ là một quan hệ tương đương trên O. Hai đối tượng $o_1, o_2 \in O$ được gọi là không phân biệt được trong E nếu chúng thoả mãn quan hệ tương đương E (hay $o_1 E o_2$).

Định nghĩa 3.7

Giả sử O là một tập các đối tượng, $E \subseteq O \times O$ là một quan hệ tương đương trên O, $X \subseteq O$. Khi đó các tập $E_*(X)$ và $E^*(X)$ được định nghĩa như sau:

$$E_*(X) = \{ o \in O / [o]_E \subseteq X \} \quad (3.1)$$

$$E^*(X) = \{ o \in O / [o]_E \cap X \neq \emptyset \} \quad (3.2)$$

(trong đó $[o]_E$ ký hiệu lớp tương đương của các đối tượng không phân biệt được với o theo quan hệ tương đương E). $E_*(X)$ và $E^*(X)$ theo thứ tự được gọi là các xấp xỉ dưới và xấp xỉ trên tương ứng.

Gọi Ω là tập các thuộc tính, P là tập con của Ω xác định một quan hệ tương đương trên O và chia O thành các lớp tương đương, mỗi lớp chứa đựng các đối tượng có cùng các giá trị trên tất cả các thuộc tính của P.

3.2.1. Độ đo R_N

Định nghĩa 3.8 *(Pawlack - [2])*

Giả sử O là một tập các đối tượng. P là tập các thuộc tính xác định một quan hệ tương đương trên O. $\mu_P(Q)$ là ký hiệu độ đo thô, đo mức độ phụ thuộc của một tập các thuộc tính Q vào một tập các thuộc tính P được định nghĩa như sau:

$$\mu_P(Q) = \frac{card(\{o \in O | [o]_P \subseteq [o]_Q\})}{card(O)} \qquad (3.3)$$

Khi đó:

- *Nếu $\mu_P(Q) = 1$ thì Q phụ thuộc hoàn toàn vào P*
- *Nếu $0 < \mu_P(Q) < 1$ thì Q phụ thuộc một phần vào P*
- *Nếu $\mu_P(Q) = 0$ thì Q độc lập với P*

Ta có thể giải thích công thức (3.3) thông qua một ví dụ sau:

Cho một bảng dữ liệu (bảng 3.1):

	Nhiệt_độ	**Đau_đầu**	**Bị_cúm**
E_1	Bình_thường	Có	Không
E_2	Cao	Có	Có
E_3	Rất_cao	Có	Có
E_4	Bình_thường	Không	Không
E_5	Cao	Không	Không

E_6	Rất_cao	Không	Có
E_7	Cao	Không	Không
E_8	Rất_cao	Có	Có

Bảng 3.1: Bảng thông tin

Giả sử ta quan tâm đến sự phụ thuộc của thuộc tính bị_cúm vào thuộc tính nhiệt_độ. Dễ dàng kiểm tra rằng:

Nếu nhiệt_độ = bình_thường thì bị_cúm = không

Nếu nhiệt_độ = rất_cao thì bị_cúm = có

Khi đó trong bảng (3.1) có 5 đối tượng thoả mãn các luật trên trong số 8 đối tượng. Nói cách khác, tỉ lệ các đối tượng mà gía trị bị_cúm được dự đoán chính xác bởi các giá trị nhiệt_độ là 5/8. Lập luận này tương tự như định nghĩa mức độ phụ thuộc, trong đó từng luật tương ứng với một lớp tương đương P, lớp P được bao gồm trong một lớp tương đương Q. Một điều trở ngại của lập luận này là chỉ quan tâm đến những luật được dự đoán chính xác. Trong thế giới thực, các luật được dự đoán với độ chính xác theo một xác suất nào đó có thể được thiết lập thường xuyên. Ví dụ như xét sự phụ thuộc của thuộc tính bị_cúm vào thuộc tính đau_đầu, các luật dự đoán xác suất có thể được thấy trong bảng (3.1).

Nếu đau_đầu = có thì bị_cúm = có (3/4)

Nếu đau_đầu = không thì bị_cúm = không (3/4)

Công thức (3.3) bỏ qua tất cả các luật được dự đoán không chắc chắn, trong ví dụ này mức độ phụ thuộc của thuộc tính đau_đầu vào thuộc tính nhiệt_độ bởi (3.3) bằng 0. Việc chỉ xét các luật chắc chắn dẫn đến một vài hạn chế của mức độ phụ thuộc.

Ta quan tâm đến những luật được dự đoán không chắc chắn theo xác suất. Giả sử nếu biết giá trị của thuộc tính đau_đầu của một đối tượng và ta muốn dự đoán giá trị của thuộc tính bị_cúm của đối tượng này. Ở ví dụ trên ta có:

Nếu đau_đầu = có thì bị_cúm = có (3/4)

hoặc

Nếu đau_đầu = có thì bị_cúm = không (1/4)

Theo bảng (3.1) bị_cúm = có là có khả năng cao nhất để xảy ra. Vì vậy, với lựa chọn này có thể đem đến một rủi ro là bị_cúm = không, dự đoán bị_cúm = có là không chắc chắn và có một ước lượng chính xác 3/4. Tương tự, nếu đau_đầu = không giá trị bị_cúm = không sẽ được dự đoán với ước lượng chính xác 3/4. Ký hiệu X là sự kiện mà sự dự đoán là true, ta có:

$$P(X) = P(\text{đau\_đầu} = \text{có}) \times P(X \mid \text{đau\_đầu} = \text{có})$$
$$+ P(\text{đau\_đầu} = \text{không}) \times P(X \mid \text{đau\_đầu} = \text{không})$$
$$= 1/2 \times 3/4 + 1/2 \times 3/4 = 3/4$$

Giá trị này có thể coi như mức độ phụ thuộc của thuộc tính bị_cúm vào thuộc tính đau_đầu được thiết lập bởi lập luận ở trên. Vấn đề này có thể được tổng quát hoá và được phát biểu chính xác như sau:

Định nghĩa 3.9 *([4])*

Giả sử O là một tập các đối tượng. P là tập các thuộc tính xác định một quan hệ tương đương trên O. $\tilde{\mu}_P(Q)$ *là ký hiệu độ đo R, đo mức độ phụ thuộc của một tập các thuộc tính Q vào một tập các thuộc tính P được định nghĩa như sau:*

$$\tilde{\mu}_P(Q) = \frac{1}{card(O)} \sum_{[o]_P} max_{[o]_Q} \frac{card^2([o]_Q \cap [o]_P)}{card([o]_P)} \qquad (3.4)$$

Trong ví dụ trên, mức độ phụ thuộc bị_cúm vào nhiệt_độ bởi (3.4) là 19/24.

Trên cơ sở phân tích và xây dựng độ đo thô của Pawlak và độ đo R đo mức độ phụ thuộc thuộc tính của tập thuộc tính Q vào tập thuộc tính P, ta nhận thấy rằng: đối với các độ đo phụ thuộc thuộc tính có xét cả các luật dự đoán không chính xác, thì ta có thể hiểu độ đo R chấp nhận có giá trị $([o]_P \cap [o]_Q) / [o]_P$ đạt max như là một độ đo đo "khả năng" tập thuộc tính Q phụ thuộc vào tập thuộc tính P.

Từ nhận xét trên sau đây ta xây dựng một lớp độ đo mới, độ đo R_N với ý nghĩa là một độ đo "cần thiết" tương ứng với độ R. Đối với các tập thuộc tính P, Q xác định, giá trị của độ đo R_N nằm giữa giá trị của độ đo thô của Pawlak và giá trị của độ đo R.

Định nghĩa 3.10

Giả sử O là một tập các đối tượng, P là tập các thuộc tính xác định một quan hệ tương đương trên O. Khi đó $\mu^N{}_P(Q)$ *là ký hiệu độ đo* R_N *đo mức độ phụ thuộc của một tập các thuộc tính Q trên một tập các thuộc tính P được định nghĩa như sau:*

$$\mu^N{}_P(Q) = \frac{1}{card(O)} \sum_{[o]_P} min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \emptyset} \frac{card^2([o]_Q \cap [o]_P)}{card([o]_P)}$$

(3.5)

Trong ví dụ trên, mức độ phụ thuộc bị_cúm vào nhiệt_độ bởi (3.5) là 2/3.

3.2.2. Một số độ đo thông dụng

Giả sử cho O là một tập các mẫu ban đầu và một phân lớp với k lớp C_i (i=1,k) từ tập O thông qua một tập thuộc tính. Và giả sử rằng tất cả các thuộc tính là riêng biệt, mỗi thuộc tính có thể có một số hữu hạn các giá trị. Khi đó ký hiệu:

n.. là tổng số các đối tượng (mẫu ban đầu) trong O,

$n_{i.}$ là số các đối tượng của lớp C_i,

$n_{.j}$ là số các đối tượng mà thuộc tính A có giá trị j-th,

n_{ij} là số các đối tượng của lớp C_i mà giá trị thuộc tính A là j-th.

và:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_{..}}, \qquad p_{i.} = \frac{n_{i.}}{n_{..}}, \qquad p_{.j} = \frac{n_{.j}}{n_{..}}, \qquad p_{i|j} = \frac{n_{ij}}{n_{.j}}$$

là các xác suất từ tập O. Khi đó một vài độ đo thông dụng được xây dựng bởi các công thức sau:

- Độ đo Gain-ratio:

$$\text{GainR} = \frac{\sum_j p_{.j} \sum_i \log p_{ij} - \sum_i p_{i.} \log p_{i.}}{\sum_j p_{.j} \log p_{.j}} \tag{3.6}$$

- Độ đo Gini-index:

$$\text{Gini} = \sum_j p_{.j} \sum_i p_{i|j}^2 - \sum_i p_{i.}^2 \tag{3.7}$$

- Độ đo Relevance:

$$\text{Re}\,\text{lev} = 1 - \frac{1}{1-k} \sum_j \sum_{i \neq i_m(j)} \frac{n_{ij}}{n_{i.}} \tag{3.8}$$

trong đó:

$$i_m(j) = \arg\max_i \left\{ \frac{n_{ij}}{n_{i.}} \right\}$$

- Độ đo X^2:

$$X^2 = \sum_i \sum_j \frac{(e_{ij} - n_{ij})^2}{e_{ij}}, \qquad \text{trong đó} \quad e_{ij} = \frac{n_{.j} n_{i.}}{n..} \tag{3.9}$$

Giả sử rằng $P = \{A_1, A_2, ..., A_r\}$, và $Q = \{B_1, B_2, ..., B_q\}$.

Ký hiệu

- $n..$ là tổng số các đối tượng trong O,
- $n_{.j_1 j_2 ... j_r}$ là số các đối tượng mà các thuộc tính A_1, A_2, ...,A_r có các giá trị j_1-th, j_2-th,...,j_r-th, tương ứng.
- $n_{i_1 i_2 ... i_p | j_1 j_2 ... j_r}$ là số các đối tượng mà các thuộc tính B_1, B_2, ...,B_p có các giá trị i_1-th, i_2-th,...,i_p-th và các thuộc tính A_1, A_2, ...,A_r có các giá trị j_1-th, j_2-th,...,j_r-th, tương ứng.

và

$$p_{.j_1 j_2 \cdots j_r} = \frac{n_{.j_1 j_2 \cdots j_r}}{n..} \tag{3.10}$$

$$p_{i_1 i_2 \dots i_p | j_1 j_2 \dots j_r} = \frac{n_{i_1 i_2 \dots i_p | j_1 j_2 \dots j_r}}{n_{.j.j_1 j_2 \dots j_r}}$$

Ta trình bầy lại độ đo R và độ đo R_N như sau:

- Độ đo R:

$$\widetilde{\mu}_P(Q) = \sum_{j_1, j_2, \dots, j_r} p._{j_1 j_2 \dots j_r} \max_{i_1 i_2 \dots i_p} p^2_{i_1 i_2 \dots i_p | j_1 j_2 \dots j_r} \quad (3.11)$$

- Độ đo R_N :

$$\mu^N{}_P(Q) = \sum_{j_1, j_2, \dots, j_r} p_{.j_1 j_2 \dots j_r} \min_{i_1 i_2 \dots i_p, p_{i_1 i_2 \dots i_p | j_1 j_2 \dots j_r} \neq 0} p^2_{i_1 i_2 \dots i_p | j_1 j_2 \dots j_r} \quad (3.12)$$

Trong trường hợp đặc biệt khi r = p = 1, $\widetilde{\mu}_P(Q)$ có thể được viết như sau:

$$\widetilde{\mu}_P(Q) = \sum_j p_{.j} \max_i \{p^2_{i|j}\} \quad (3.13)$$

Tương tự ta có:

$$\mu^N{}_P(Q) = \sum_j p_{.j} \min_{i, p_{i|j} \neq 0} \{p^2{}_{i|j}\} \quad (3.14)$$

3.2.3. Các tiêu chuẩn chính đánh giá cây quyết định

Có 3 tiêu chuẩn chính cho đánh giá các cây quyết định: sự chính xác của dự đoán, kích cỡ của cây quyết định và vấn đề có thể hiểu được của mẫu:

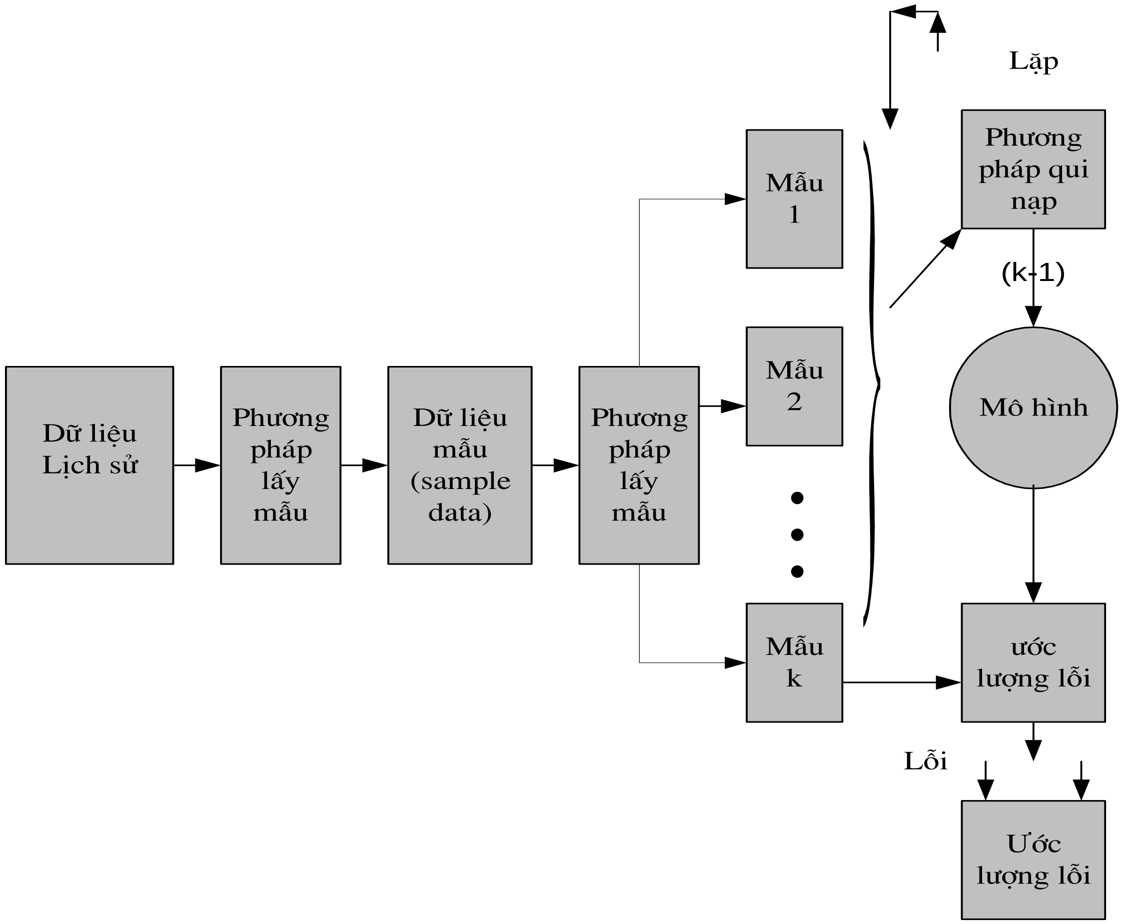
- Sự dự đoán chính xác trong mô hình cây quyết định liên quan tới khả năng phân lớp của cây quyết định phân các trường hợp không được biết vào các lớp đã học được. Nó đo mức độ dự đoán chính xác dưới dạng tỷ lệ lỗi... Ví dụ, tỷ lệ sự dự đoán không chính xác của cây quyết định trên dữ liệu kiểm tra.
- Cỡ của cây quyết định liên quan đến qui tắc: số nút càng ít thì càng tốt.
- Khả năng hiểu được liên quan đến sự trình bầy tri thức.

3.3. Kỹ thuật đánh giá chéo (cross validation)

Theo truyền thống trong các quá trình học có giám sát, thông thường các mẫu ban đầu được cung cấp được chia thành hai tập dữ liệu đào tạo và tập dữ liệu kiểm tra. Tập dữ liệu đào tạo được sử dụng để phân lớp dữ liệu nhờ một phương pháp và dữ liệu kiểm tra được sử dụng để đánh giá mức độ dự đoán chính xác của phương pháp. Một thí nghiệm đào_tạo_và_ kiểm _tra riêng lẻ thường được sử dụng trong vấn đề học máy để đánh giá các hệ thống học tự động.

Nhận thấy rằng các thí nghiệm đào_tạo_và_ kiểm_tra phức tạp có thể làm tốt hơn các thí nghiệm đào_tạo_và_ kiểm_tra đơn lẻ. Các công việc gần đây cho thấy rằng kỹ thuật đánh giá chéo là kỹ thuật phù hợp cho sự đánh giá chính xác, đặc biệt khi dữ liệu được chia từ 10 đến 15 nhóm để đánh giá. Kỹ thuật đánh giá chéo được xây dựng như sau:

Tập dữ liệu O được chia ngẫu nhiên thành k tập con duy nhất $O_1, O_2, ..., O_k$ có kích cỡ xấp xỉ nhau. Từng phép đo lựa chọn thuộc tính được kiểm tra k lần. Mỗi lần đối với k, một cây quyết định được khởi tạo trên $O \setminus O_k$ và được kiểm tra trên O_k. Tỷ lệ lỗi của từng độ đo là trung bình của các tỷ lệ lỗi sau k lần chạy.



Hình 3.4: Mô hình miêu tả kỹ thuật đánh giá chéo:

3.4. Một số tính chất của độ đo R_N

Mệnh đề 3.1

Cho Ω là tập tất cả các thuộc tính. $\forall P, Q \subseteq \Omega$ ta có

$$\mu_P(Q) \le \mu^N{}_P(Q) \le \tilde{\mu}_P(Q)$$

<u>Chứng minh:</u>

* Từ các định nghĩa (3.9) và (3.10) ta có $\mu^N{}_P(Q) \le \tilde{\mu}_P(Q)$.

* Ta chứng minh: $\mu_P(Q) \le \mu^N{}_P(Q)$

$$\Rightarrow \quad \mu^N{}_P(Q) = \frac{1}{card(O)} \sum_{[o]_P} \min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \varnothing} \frac{card^2([o]_Q \cap [o]_P)}{card([o]_P)}$$

$$= \frac{1}{card(O)} \sum_{[o]_P, [o]_P \subseteq [o]_Q} \min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \varnothing} \frac{card^2([o]_Q \cap [o]_P)}{card([o]_P)}$$

$$+$$

$$\frac{1}{card(O)} \sum_{[o]_P, [o]_P \not\subset [o]_Q} \min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \varnothing} \frac{card^2([o]_Q \cap [o]_P)}{card([o]_P)}$$

Đặt $T = \frac{1}{card(O)} \sum_{[o]_P, [o]_P \not\subset [o]_Q} \min_{[o]_Q ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \varnothing} \frac{card^2([o]_Q \cap [o]_P)}{card([o]_P)} \geq 0$

$$\Rightarrow \quad \mu^N{}_P(Q) = \frac{1}{card(O)} \sum_{[o]_P, [o]_P \subseteq [o]_Q} \frac{card^2([o]_P)}{card([o]_P)} + T$$

$$= \frac{card\{o \mid [o]_P \subseteq [o]_Q\}}{card(O)} + T = \mu_P(Q) + T \geq \mu_P(Q)$$

$$\Rightarrow \quad \mu^N{}_P(Q) \geq \mu_P(Q)$$

(đpcm)

Định nghĩa 3.11

Cho Ω là tập tất cả các thuộc tính. $\forall P, Q \subseteq \Omega$, khixét độ phụ thuộc của tập thuộc tính Q vào tập thuộc tính P, thì P được gọi là tập thuộc tính điều kiện và Q là tập thuộc tính quyết định.

* Đối với các luật có dạng "if A then B" tính đúng đắn của chúng phụ thuộc vào sự biến thiên của các tham số A và B. Sau đây đối với các độ đo sự phụ thuộc thuộc tính, ta xem xét tính đúng đắn của luật này theo hướng cố định tham số đích B và cho tham số điều kiện A biến thiên.

Mệnh đề 3.2

Cho Ω là tập tất cả các thuộc tính. $\forall P, Q \subseteq \Omega$ ta luôn có $\tilde{\mu}_P(Q) \leq 1$.

<u>Chứng minh:</u>

$\forall P, Q \subseteq \Omega, \quad \forall o \in O$ ta có $([o]_P \cap [o]_Q) \subseteq [o]_P$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{card([o]_Q \cap [o]_P)^2}{card([o]_P)} \le \frac{card([o]_Q \cap [o]_P) \times card([o]_P)}{card([o]_P)}$$

$$\le card([o]_Q \cap [o]_P)$$

$$\Leftrightarrow \quad \tilde{\mu}_P(Q) = \frac{1}{card(O)} \sum_{[O]_P} \max_{[o]_Q} \frac{card([o]_P \cap [o]_Q)^2}{card([o]_P)}$$

$$\le \frac{1}{card(O)} \sum_{[O]_P} \frac{card([o]_P \cap [o]_Q)^2}{card([o]_P)} \le \frac{1}{card(O)} \sum_{[O]_P} card([o]_P \cap [o]_Q)$$

$$\le \frac{1}{card(O)} \sum_{[O]_P} card([o]_P) \le \frac{card(O)}{card(O)} = 1$$

(đpcm).

Mệnh đề 3.3

O là tập các đối tượng, với mọi tập các thuộc tính P, Q ta có khẳng định sau:

$$\forall o \subseteq O,\ [o]_P \subseteq [o]_Q \text{ khi và chỉ khi } \mu_P(Q) = \mu^N_P(Q) = \tilde{\mu}_P(Q) = 1.$$

<u>Chứng minh:</u>

Đối với độ đo thô của Pawlak tính đúng đắn của mệnh đề trên là hiển nhiên.

Từ các mệnh đề (3.1, 3.2) ta có: $\mu_P(Q) \le \mu^N_P(Q) \le \tilde{\mu}_P(Q) \le 1$

$$\Rightarrow \forall o \subseteq O, \quad [o]_P \subseteq [o]_Q \Leftrightarrow 1 = \mu_P(Q) \le \mu^N_P(Q) \le \tilde{\mu}_P(Q) \le 1$$

$$\Rightarrow \forall o \subseteq O, \quad [o]_P \subseteq [o]_Q \Leftrightarrow 1 = \mu_P(Q) = \mu^N_P(Q) = \tilde{\mu}_P(Q) = 1$$

(đpcm)

Hệ quả 3.1

Cho Ω là tập tất cả các thuộc tính, $\forall Q \subseteq \Omega$. Khi đó

$$\mu_\Omega(Q) = \mu^N_\Omega(Q) = \tilde{\mu}_\Omega(Q) = 1.$$

Định nghĩa 3.12

Đối với độ đo R_N , ∀k là số thực $0 \le k \le 1$, ký hiệu $P \xrightarrow{k}_{R_N} Q$ được định nghĩa là Q phụ thuộc độ k vào P nếu như $k = \mu^N{}_P(Q)$.

- *Nếu k = 1, nói rằng Q phụ thuộc hoàn toàn vào P (ký hiệu $P \longrightarrow_{R_N} (Q)$*
- *Nếu 0 < k < 1 nói rằng Q phụ thuộc độ k vào P (phụ thuộc một phần).*
- *Nếu k = 0 nói rằng Q độc lập với P.*

Bổ đề 3.1

∀ a, b, c, d là các số nguyên dương ta có:

$$\frac{(a+b)^2}{(c+d)} \le \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{d}$$

<u>Chứng minh:</u>

$$\frac{(a+b)^2}{(c+d)} \le \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{d} = \frac{(a^2d + b^2c)}{cd}$$

$\Leftrightarrow$ $cd(a^2 + b^2 + 2ab) \le (c+d)\ (a^2d + b^2c)$

$\Leftrightarrow$ $a^2cd + b^2cd + 2abcd \le a^2cd + b^2c^2 + a^2d^2 + b^2cd$

$\Leftrightarrow$ $2abcd \le b^2c^2 + a^2d^2$

$\Leftrightarrow$ $(bc - ad)^2 \ge 0$ (luôn đúng)

(đpcm)

Mệnh đề 3.4

Độ đo thô của Pawlak, độ đo R, độ đo R_N là đơn điệu tăng.

<u>Chứng minh:</u>

* Độ đo thô của Pawlak đơn điệu tăng là hiển nhiên.

* R_N là đơn điệu tăng.

Giả sử P, P'⊆Ω, P⊆P' theo mệnh đề (3.3) ta có $[o]_{P'} \subseteq [o]_P$ và $[o]_P$ bằng hợp của một số $[o]_{P'}$ không giao nhau ⇒ $card([o]_P) = \sum_{[o]_{P'}} card([o]_{P'})$ ⇒

$\mathrm{card}(([o]_P \cap [o]_Q)) = \sum_{[o]_{P'}} \mathrm{card}(([o]_{P'} \cap [o]_Q)).$

$$\Rightarrow \quad \mu^N{}_P(Q) = \frac{1}{\mathrm{card}(O)} \sum_{[O]_P} \min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \varnothing} \frac{\mathrm{card}([o]_Q \cap [o]_P)^2}{\mathrm{card}([o]_P)}$$

$$= \frac{1}{\mathrm{card}(O)} \sum_{[O]_P} \min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \varnothing} \frac{\{\mathrm{card}([o]_Q \cap (\cup [o]_{P'}))\}^2}{\mathrm{card}(\cup [o]_{P'})}$$

$$= \frac{1}{\mathrm{card}(O)} \sum_{[O]_P} \min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \varnothing} \frac{\{\mathrm{card}(\cup([o]_Q \cap [o]_{P'})\}^2}{\mathrm{card}(\cup [o]_{P'})}$$

$$= \frac{1}{\mathrm{card}(O)} \sum_{[O]_P} \min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \varnothing} \frac{\left\{\sum_{[o]_{P'}} \mathrm{card}([o]_Q \cap [o]_{P'})\right\}^2}{\sum_{[o]_{P'}} \mathrm{card}([o]_{P'})}$$

$$\leq \frac{1}{\mathrm{card}(O)} \sum_{[O]_P} \min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_P) \neq \varnothing} \sum_{[o]_{P'}} \frac{\{\mathrm{card}([o]_Q \cap [o]_{P'})\}^2}{\mathrm{card}([o]_{P'})}$$

(áp dụng bổ đề (3.1))

$$\leq \frac{1}{\mathrm{card}(O)} \sum_{[O]_{P'}} \min_{[o]_Q, ([o]_Q \cap [o]_{P'}) \neq \varnothing} \frac{\{\mathrm{card}([o]_Q \cap [o]_{P'})\}^2}{\mathrm{card}([o]_{P'})} \leq$$

$\mu^N{}_{P'}(Q)$

* R là đơn điệu tăng.

Cách chứng minh tương tự như với độ đo R_N .

(đpcm).

Từ hệ quả (3.1) và mệnh đề (3.4) ta thấy rằng: nếu coi tập tất cả các thuộc tính Ω chính là tập các tham chiếu (tập các sự kiện), khi đó rõ ràng các độ đo thô của Pawlak, độ đo R, độ đo R_N là các độ đo tin tưởng được giới thiệu ở chương 1.

Mệnh đề 3.5

$\forall P, Q \subseteq \Omega$, $(P \cap Q) = \varnothing$, ký hiệu $\overline{P}$ là phần bù của P trong Ω, khi đó:

$$\mu_{\overline{P}}(Q) = \mu^N_{\overline{P}}(Q) = \widetilde{\mu}_{\overline{P}}(Q) = 1$$

Mệnh đề trên được chứng minh nhờ mệnh đề (3.3).

Mệnh đề 3.6

Đối với độ đo R_N ta có các tính chất sau:

(1) Nếu $B \supseteq C$ thì $B \xrightarrow[R_N]{} C$,

(2) Nếu $B \xrightarrow[R_N]{} C$ thì $\forall D \subseteq \Omega$ đều có $BD \xrightarrow[R_N]{} CD$,

(3) Nếu $B \xrightarrow[R_N]{} C$ và nếu $C \xrightarrow[R_N]{} D$ thì $B \xrightarrow[R_N]{} D$.

Chứng minh:

- (1): Do $B \supseteq C$ ta có $[o]_B \subseteq [o]_C \Rightarrow B \xrightarrow[R_N]{} C$ (mệnh đề 3.3).

- (2): Từ $B \xrightarrow[R_N]{} C \Rightarrow [o]_B \subseteq [o]_C$ (mệnh đề 3.3) $\Rightarrow [o]_{BD} \subseteq [o]_{CD}$

$\Rightarrow$ $BD \xrightarrow[R_N]{} CD$.

- (3): Do $B \xrightarrow[R_N]{} C$ và $C \xrightarrow[R_N]{} D \Rightarrow [o]_B \subseteq [o]_C$ và $[o]_C \subseteq [o]_D$

$\Rightarrow$ $[o]_B \subseteq [o]_D \Rightarrow B \xrightarrow[R_N]{} D$.

(đpcm).

Mệnh đề 3.7

Cho Ω là tập tất cả các thuộc tính. Đối với độ đo phụ thuộc thuộc tính R_N thì các khẳng định sau chưa chắc đã đúng:

(1) Nếu $B \xrightarrow[R_N]{k} C$ và $\forall D \subseteq \Omega$ thì $BD \xrightarrow[R_N]{k} CD$.

(2) Nếu $B \xrightarrow[R_N]{k} C$ và $C \xrightarrow[R_N]{} D$ hoặc $B \xrightarrow[R_N]{} C$ và

$$C \xrightarrow[R_N]{k} D \text{ thì } B \xrightarrow[R_N]{k} D.$$

Chứng minh:

Giả sử tất cả các khẳng định trên là đúng, ta sẽ sử dụng phương pháp phản chứng để chứng minh bằng cách tìm ra các phản ví dụ không thoả mãn các khẳng định trên. Xét tập các đối tượng có các thuộc tính sau:

A	B	C
1	1	1
1	2	1
1	2	2
2	3	2

(1). $\mu^N{}_A(C) = (1 + (1^2/3))/4 = 1/3$ hay $A \xrightarrow[R_N]{1/3} C$

$\mu^N{}_{(A \cup B)}(C \cup B) = (1 + (1^2/2) + 1)/4 = 5/8$ hay $A\,B \xrightarrow[R_N]{5/8} CB$

$\Rightarrow$ (1) được chứng minh.

(2). $[o]_B \subseteq [o]_A \Rightarrow B \xrightarrow[R_N]{} A$

$\mu^N{}_A(C) = ((1^2/3) + 1)/4 = 1/3$ hay $A \xrightarrow[R_N]{1/3} C$

$\mu^N{}_B(C) = (1 + (1^2/2) + 1)/4 = 5/3$ hay $B \xrightarrow[R_N]{5/8} C$

$\Rightarrow$ ta chứng minh được vế thứ nhất.

Đối với vế thứ hai, ta có:

$[o]_B \subseteq [o]_A \Rightarrow B \xrightarrow[R_N]{} A$

$\mu^N{}_C(B) = ((1^2/2) + (1^2/2))/4 = 1/4$ hay $C \xrightarrow[R_N]{1/4} B$

$$\mu^{N}{}_{C}(A) = ((2^2/2) + (1^2/2))/4 = 5/8 \text{ hay } B \xrightarrow{5/8}_{R_N} C$$

(đpcm).

KẾT LUẬN CHƯƠNG 3

Chương này đã trình bầy tổng quan quá trình khai phá dữ liệu và tìm kiếm tri thức. Phân biệt và định nghĩa chính xác một số khái niệm cơ bản: "dữ liệu", "thông tin", "tri thức". Các độ đo gần đúng được sử dụng trong lập luận gần đúng và được coi là kết quả của khai phá dữ liệu và tìm kiếm tri thức. Quá trình phát hiện và khai phá tri thức là một quá trình gồm nhiều bước, có thể lặp đi lặp lại ở bất cứ bước nào, quá trình này được thể hiện bằng mô hình thác nước (hình 3.1).

Một số độ đo thông dụng đo mức độ phụ thuộc giữa các tập thuộc tính (độ đo Gain, độ đo Gini, độ đo Relevance) và công thức của chúng đã được giới thiệu. Ngoài ra, chúng ta đã xây dựng một độ đo mới R_N đo sự phụ thuộc giữa các tập thuộc tính. Với các tập thuôc tính xác định, độ đo R_N có giá trị nằm giữa giá trị của độ đo thô của Pawlak và giá trị của độ đo R. Với việc chứng minh được độ đo thô của Pawlak, độ đo R và độ đo R_N thoả mãn tính chuẩn, tính đơn điệu... các độ đo R_N , R và độ đo thô của Pawlak là các độ đo tin tưởng.

KẾT LUẬN

Tính không chính xác và tính không chắc chắn là hai khía cạnh cơ bản của tính xác thực liên quan đến thông tin không đầy đủ. Trong những hệ thống không chính xác và không chắc chắn, các độ đo không chính xác và không chắc chắn được sử dụng trong biểu diễn tri thức.

Luận án đã hệ thống hóa một lớp độ đo không chắc chắn, sử dụng các độ đo tin tưởng để biểu diễn tri thức (độ đo khả năng, độ đo cần thiết). Khái niệm tập mờ được giới thiệu, với hàm thành viên cũng được trình bầy dưới dạng của độ đo tin tưởng. Các phép toán trên tập mờ, mối quan hệ giữa độ đo khả năng và độ đo cần thiết, giữa tập mờ và cặp độ đo khả năng, độ đo cần thiết đã được trình bầy.

Lý thuyết độ đo đã được nghiên cứu áp dụng trong các lập luận xấp xỉ từ các tiền đề không chắc chắn trong hệ chuyên gia. Cách tiếp cận logic và tiếp cận hàm với việc sử dụng hai luật cơ bản: Modus ponens và Modus tollens cho khả năng tốt thiết kế các hệ chuyên gia, hệ hỗ trợ quyết định.

Quá trình khai phá và phát hiện tri thức đã được nghiên cứu và trình bầy tổng quan theo định hướng sử dụng các độ đo trong lập luận xấp xỉ.

Một số độ đo phổ biến trong lập luận xấp xỉ như độ đo Gain-ratio, độ đo Gini-index, độ đo Relevance, độ đo X^2, độ đo thô của Pawlak, độ đo R được phân tích, so sánh.

Luận văn đã đề xuất một độ đo tin tưởng R_N ứng dụng trong lập luận gần đúng. Chỉ ra được một số đặc trưng của độ đo đó, so sánh R_N với độ đo thô của Pawlak và độ đo R. Các độ đo R_N, độ đo thô của Pawlak và độ đo R thoả mãn tính đơn điệu và tính chuẩn. Ta có thể coi độ đo R_N có ý nghĩa của độ đo "cần thiết", độ đo R có ý nghĩa của độ đo "khả năng".

Hướng nghiên cứu tiếp theo sau luận văn là nghiên cứu về các độ đo gần đúng, đề xuất lớp độ đo có ý nghĩa trong áp dụng lập luận gần đúng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tài liệu tiếng Việt

1. Hà Quang Thụy (1996). Tập thô và đánh giá hệ thông tin nền. *Tạp chí Khoa học Đại học Quốc gia Hà nội. Tập 12. Số 3-1996, trang 13-18.*
2. Hà Quang Thụy (1996). Tập thô trong bảng quyết định. *Tạp chí Khoa học Đại học Quốc gia Hà Nội. Tập 12. Số 4-1996, trang 9-14.*

Tài liệu tiếng Anh

3. Ho Tu Bao (1998). Introduction to Knowledge Discovery and Data Mining. *Báo cáo tại Xemine* "*Một số nội dung chọn lọc của Công nghệ Thông tin*", *tháng 8-1998.*
4. Ho Tu Bao, Nguyen Trong Dung (1996). A Rough Sets Based Measure for Attribute Selection in Decision Tree Induction. *Báo cáo Hội nghị Khoa học Viện Công nghệ Thông tin. Hà Nội 5&6-12-1996, trang 37-43.*
5. Theresa Beaubouef, Frederik E. Petry, Gurdial Arora (1998). Information-theoretic measures of uncertainty for rough sets and rough relational databases. *Journal of information Sciences. No 409 (1998) Pp. 185-195.*
6. Dubois Didier, Prade Henri (1986). Possibility Theory: An Approach to Computerized Processing of Uncertainly. *CNRS, Languages and Computer Systems (LSI), University of Toulouse III. Bản dịch tiếng Anh do University of Cambridge. 1988.*
7. Robert Groth (1998). Data Mining: A Hands-on approach for Business Proesionals. *The Data Warehouseing Institude Series From Prentice Hall PTR*
8. Bruce Moxon (1996). Defining Data mining. *DBMS Data Warehouse Supplement, August 1996.*

9. Le Tien Vuong, Ho Thuan (1989). A relation database extended by applications of fuzzy set theory and linguistic variables. *Computers and artificial Intelligence, Vol. 9, No.2, 153-168, 1989*.